

平成 18 年度 広島大学大学院理学研究科第二次入学試験問題

数理分子生命理学専攻

専門科目

平成 18 年 1 月 26 日 13:30 ~ 16:30

注 意 事 項

- (1) 以下の用紙が配布されている。
問題用紙（表紙を含む） 13 枚
解答用紙（表紙を含む） 5 枚
下書き用紙 1 枚
- (2) 問題は、数学一般、物理学、化学、生物学分野から、合計 20 題ある。この中から 4 題を選択し、解答せよ。
- (3) 解答用紙の表紙に受験番号と選択した問題の番号を記入せよ。
- (4) 解答は問題ごとに別々の解答用紙を用い、それぞれの解答用紙に選択した問題番号と受験番号を記入し解答せよ。紙面が不足した場合は裏面も使用してよい。
- (5) 下書用紙に受験番号を記入せよ。
- (6) 試験終了時には、すべての解答用紙および下書用紙を提出せよ。

問題 [1]

点 (x, y) が楕円 $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ 上にあるとき、次の関数の最大値とそれを達成する点 (x, y) を求めよ。

問1 $f(x, y) = x + y$

問2 $g(x, y) = y(3y - 2x)$

問題 [2]

$\{a_1, a_2\}$ を R^2 の基底とする。 R^2 上の線形変換を

$$T(a_1) = a_1 + a_2, \quad T(a_2) = a_1 - a_2$$

で定義する。このとき、次の問いに答えよ。ただし、 $\|\cdot\|$ はベクトルの長さ、 (\cdot, \cdot) は内積を表す。

問1 a_1 と a_2 が $\|a_1\| = \sqrt{3}$, $\|a_2\| = 1$ および $(a_1, a_2) = 1$ を満たすとする。 $T(a_1)$ と $T(a_2)$ の間の角を θ とするとき $\cos \theta$ を求めよ。

問2 線形変換 T の基底 $\{a_1, a_2\}$ に関する表現行列 A を求めよ。

問3 線形変換 T の固有値 λ_1, λ_2 と対応する固有ベクトル v_1, v_2 を求めよ。

問4 $\|a_1\| = \|a_2\| = 1$ であるとき、問3で求めた固有ベクトル v_1 と v_2 が直交するための必要十分条件は a_1 と a_2 が直交することであることを証明せよ。

問題 [3]

実数 a, b, c, d をパラメータとして、境界値問題

$$(BVP) : \quad u''(x) = d \sin \pi x - c \quad (0 < x < 1), \quad u'(0) = a, \quad u'(1) = b$$

に関する以下の問いに答えよ。

- 問1 $a = b = c = d = 0$ のとき、 $\int_0^1 (u_0(x))^2 dx = 1$ を満たす (BVP) の解 $u_0(x) > 0$ を求めよ。
- 問2 境界値問題 (BVP) が解を持つとき、パラメータ a, b, c, d の間に成り立つ関係式を求めよ。
- 問3 問2 で求めた関係式が成り立つとき、(BVP) は少なくとも一つの解を持つことを示せ。
- 問4 問2 で求めた関係式が成り立つとき、 $\int_0^1 u(x)u_0(x)dx = 0$ を満たす (BVP) の解 $u(x)$ を求めよ。

問題 [4]

次の常微分方程式系

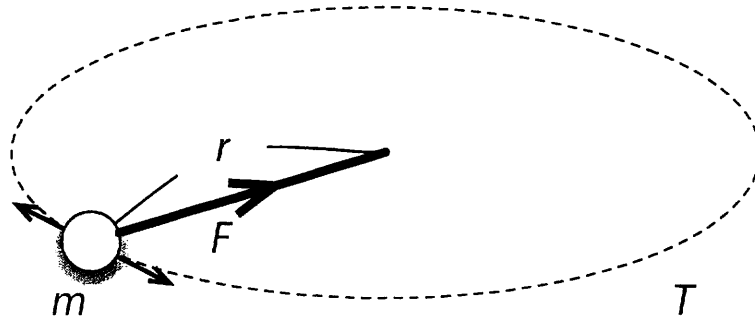
$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= 1 - (\alpha + 1)x + x^2y \\ \frac{dy}{dt} &= \alpha x - x^2y \end{aligned}$$

について以下の問いに答えよ。ここで、 α は実定数である。

- 問1 上の系の固定点 (平衡点) (x_0, y_0) を求めよ。
- 問2 定数 α を $0 < \alpha < 4$ の範囲で増加させていくと、 $\alpha = \alpha_c$ を境に、固定点の安定性が変化する。
- α_c の値を求めよ。
 - $0 < \alpha < \alpha_c$ での固定点近傍の解軌道の概形を図で表し、その根拠も示せ。
 - $\alpha_c < \alpha < 4$ での固定点近傍の解軌道の概形を図で表し、その根拠も示せ。

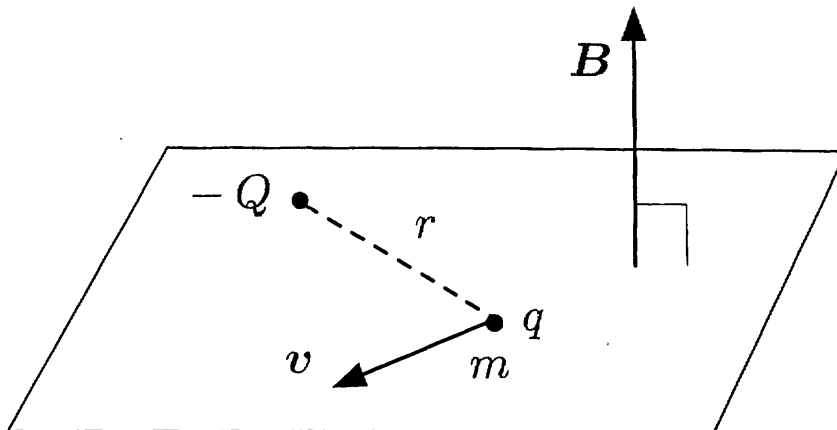
問題 [5]

図のように長さ r の棒の端に質量 m の質点があつて、棒のもう一方の端を中心に円周上を運動している。この系が温度 T の外界と熱力学的平衡に達しているときに、質点には中心方向に熱力学的な力 F が働く。力 F を求めよ。ただし、棒はたるむことなく、太さと質量は無視できる。ボルツマン定数を k_B とせよ。



問題 [6]

磁束密度 B の一様な静磁場中に、固定された負電荷 $-Q$ と、速度 v で運動している質量 m 、正電荷 q の粒子がある。常に、両電荷が B に垂直な平面内にあり、両電荷の距離 r が一定となる B の大きさを求めよ。ただし、真空の誘電率を ϵ_0 とせよ。



問題 [7]

次のプログラムを読んで、以下の問いに答えよ。

```
#include <stdio.h>
#include <math.h>

int main(void)
{
    double x, y = 2.0, epsilon = 0.001;

    do {
        x = y;
        y = (x + 1) / 2.0;
    } while (fabs(y - x) >= epsilon);
    printf("The answer = %8.4f\n", y);
}
```

注: プログラム中の `fabs(z)` は z の絶対値を与え、文 `printf("The answer = %8.4f\n", y);` では文字列 `The answer =` とともに変数 `y` の小数第4位までの近似値 (小数第5位を四捨五入) を出力する。また、実数計算における丸め誤差は無視できるものとする。

- 問1 このプログラムを実行したとき、変数 `y` の値の変遷を最初の 2.0 を含めて3つ書け。
- 問2 このプログラムを実行したとき、代入文 `y = (x + 1) / 2.0;` は何回実行されるか。ただし、 $\log_{10} 2 = 0.301$ とする。
- 問3 このプログラムを実行したとき、出力される値を求めよ。

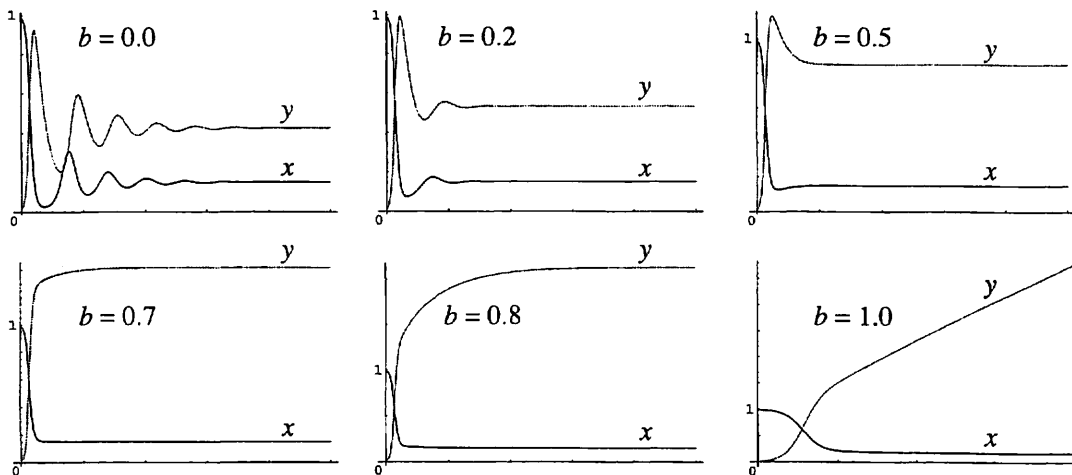
問題 [8]

次の常微分方程式系モデルによって表される病気の伝染過程ダイナミクスを考える：

$$\begin{cases} \frac{dx(t)}{dt} = \{1 - x(t)\}x(t) - cx(t)y(t) + b\gamma y(t) \\ \frac{dy(t)}{dt} = cx(t)y(t) - \gamma y(t) \end{cases}$$

ただし、 $x(t)$ は、時刻 t における非感染者の個体群サイズ、 $y(t)$ は、時刻 t における感染者の個体群サイズを表し、 c 、 γ 、 b は定数であり、 $0 < c$ 、 $0 < \gamma$ 、 $0 \leq b \leq 1$ とする。以下の問いに答えよ。

- 問1 個体群内に病気が存在しない場合 ($y(t) \equiv 0$) の個体群サイズの時間変動について説明せよ。
- 問2 この伝染病の感染ダイナミクスにおけるパラメータ c 、 γ 、 b の意味を述べよ。
- 問3 $(x(t), y(t))$ の時間変動に関する下図の数値計算結果から考え得るこの数理モデルの表す伝染過程ダイナミクスの特性を述べよ。



図：数理モデルの数値計算によって得られる個体群サイズの時間変動。
 $c = 2$; $\gamma = 0.3$; $x(0) = 0.99$; $y(0) = 0.01$ 。 $b = 1.0$ の場合に限り、 y は発散する。

問題 [9]

次の問1～問3に答えよ。

- 問1 理想気体（完全気体）と実在気体（ファン・デル・ワールス気体）の状態方程式を書き、二つの気体の違いについて説明せよ。
- 問2 分子間力の寄与は、気体の圧縮因子にどのように反映されるか。グラフを用いて説明せよ。
- 問3 気体の根平均二乗速度（平均二乗速度の平方根） u_{rms} は、次式で表される。

$$u_{\text{rms}} = (3RT/M)^{1/2}$$

ここで、 R は気体定数、 T は絶対温度、 M は気体の質量である。

127°Cでの水素気体の根平均二乗速度と1127°Cでの窒素気体の根平均二乗速度では、どちらが何倍速いか。

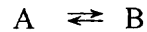
問題 [10]

熱力学では、分子間力が関係している現象を取り扱う場合がある。たとえば、気体をエンタルピー変化が伴わない条件において断熱膨張させるとき、その温度の降下や上昇が起こる現象がある。これについて、以下の問1～問3に答えよ。

- 問1 この現象は何とよばれるか。
- 問2 温度の降下や上昇の程度を示す係数を偏導関数によって表せ。ただし、使用する変数は定義せよ。また、この偏導関数の値が正の場合の物理的な意味を説明せよ。
- 問3 この現象が起こる機構を説明せよ。

問題 [11]

正および逆反応の反応速度がともに1次である次の平衡反応において、急激に温度を上昇させた場合の速度過程を考える。以下の問1～問6に答えよ。



問1 はじめの温度で、正および逆反応の速度定数がそれぞれ k_a と k_b のとき、[A]の変化についてその正味の速度 $\frac{d[A]}{dt}$ を、 k_a 、 k_b 、[A]、[B]を用いて表せ。ここで[A]、[B]は、A、Bそれぞれの濃度を表す。

問2 はじめの温度において平衡であるときの A、B の各濃度をそれぞれ $[A]_{eq}$ 、 $[B]_{eq}$ とすると、どのような等式が成り立つか。

問3 温度を上昇させた後の正および逆反応の速度定数はそれぞれ k_a と k_b であった。温度上昇後の A、B それぞれの平衡濃度を、 $[A]_{eq}$ 、 $[B]_{eq}$ とすると、どのような等式が成り立つか。

問4 A の濃度[A]の新しい平衡値 $[A]_{eq}$ からのずれを x とすると、 $[A] = [A]_{eq} + x$ 、 $[B] = [B]_{eq} - x$ と表せる。このときの[A]の変化速度 $\frac{d[A]}{dt}$ を k_a 、 k_b 、 x を用いて表せ。

問5 $\frac{d[A]}{dt} = \frac{dx}{dt}$ として問4の微分方程式を x について解け。ただし、温度上昇直後における x を x_0 とせよ。

問6 以上のことから、はじめの温度の状態から新しい温度に急激に上昇したときの A の濃度の経時変化を、模式的なグラフで示せ。

問題 [12]

タンパク質工学について、以下の問1～問4に答えよ。

- 問1 タンパク質工学とはどのような手法か。200字程度で述べよ。
- 問2 タンパク質の構造を安定化するには、一般にどのようなアミノ酸置換が有効と考えられるか。安定化の因子をもとに考察せよ。
- 問3 作製した変異体と野生型の高次構造の違いは、どのような方法で調べることができるか。200字程度で述べよ。
- 問4 作製した変異体と野生型の構造安定性の違いを、定量的に評価する方法について述べよ。

問題 [13]

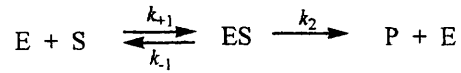
分子中の酸性水素原子の数を決定する一つの方法は、その化合物を重水中 NaOD で処理し、生成物を単離して、質量スペクトルから分子量を求めることである。ここでDは ^2H を示す。以下の問1～問6に答えよ。

- 問1 酸の定義にはブレンステッドの定義とルイスの定義がある。それぞれの定義を50字程度で説明せよ。
- 問2 トリクロロ酢酸を重水で処理すると、どのような生成物が得られるか。生成物の構造式を記せ。
- 問3 エタノールを重水で処理すると、生成物には重水素原子が1個取り込まれていた。重水素原子の取り込み位置を理由とともに記せ。
- 問4 シクロヘキサノンと重水中 NaOD で処理すると、分子量が102の生成物が得られた。この理由を説明せよ。
- 問5 酢酸、トリクロロ酢酸、エタノールおよびシクロヘキサノンと重水中 NaOD で処理すると、生成物の分子量がそれぞれ異なる。酢酸、トリクロロ酢酸、エタノールおよびシクロヘキサノンを酸の強さの順に理由とともに記せ。
- 問6 2-メチルシクロヘプタノンと3-メチルシクロヘプタノンは、それぞれを重水中 NaOD で処理した結果から容易に区別することができる。その方法を記せ。

問題 [14]

次の文を読み、問1～問4に答えよ。

次の酵素反応の反応速度式として、Michaelis-Mentenの式が知られている。



ここで、E、S、ES、Pはそれぞれ酵素、基質、酵素基質複合体、生成物を示し、 k_{+1} はESの生成速度定数、 k_{-1} は逆反応の速度定数、および k_2 はPの生成速度定数である。

問1 $d[ES]/dt$ を速度定数 (k_{+1} , k_{-1} , k_2) および濃度 ($[E]$, $[S]$, $[ES]$) を用いて示せ。

問2 酵素基質複合体ESが定常状態 ($d[ES]/dt=0$) にあるとして、反応速度 $v (=d[P]/dt)$ を k_{+1} , k_{-1} , k_2 , $[S]$, $[E]_0$ を用いて示せ。ただし、酵素の初濃度を $[E]_0$ とする。

問3 基質を充分に加え、飽和させたとき (すなわち、反応液中の酵素がすべてESになったとき) の反応速度を V_{\max} , また、ミカエリス定数 $K_m = (k_{-1} + k_2) / k_{+1}$ として、反応速度 v を $[S]$, V_{\max} , K_m を用いて示せ。

問4 問3で求めた式をもとに、ミカエリス定数 K_m を実験的に求める方法を述べよ。

問題 [15]

大腸菌の DNA 複製開始機構について、400 字程度で説明せよ。説明には、以下の用語を全て含めること。用語は何度用いてもよい。

繰り返し配列、共通配列、六量体、ホロ酵素、A-T 塩基対、DNA ヘリカーゼ、DNA プライマーゼ、DNA ポリメラーゼ III、ADP、ATP、dnaA、DnaA、DnaB、DnaG、oriC、245 bp

問題 [16]

DNA に関連した次の問 1～問 4 に答えよ。

- 問 1 あるプラスミド DNA の水溶液を 100 倍希釈し 260 nm での吸光度を測定すると 0.6 であった。希釈前の DNA 水溶液の濃度を求めよ。また、 $0.5 \mu\text{g}/\mu\text{l}$ のプラスミド DNA の水溶液を調製するには、希釈前の DNA 溶液を何倍希釈すればよいか。なお、吸光度の測定に用いたセルの光路長は 1 cm であり、260 nm での吸光度が 1 であるときのプラスミド DNA 水溶液の濃度を $50 \mu\text{g}/\text{ml}$ とする。
- 問 2 DNA 水溶液を試験管に入れ、ふたをして沸騰水中で 3 分間加熱した後、氷水にて急冷した。その試料の紫外吸収スペクトルを測定したところ、加熱前の試料と比べてスペクトルが変化していた。この現象を何とよぶか。また、吸光度が変化した理由を述べよ。
- 問 3 DNA 塩基配列決定法の一つであるサンガー法（ジデオキシ法）の原理を説明せよ。
- 問 4 PCR 法の原理を説明せよ。また、PCR プライマーを設計するときに考慮すべき点を 3 つあげ説明せよ。

問題 [17]

キイロショウジョウバエの卵および初期胚の背腹軸形成機構について、以下の用語を全て用いて400字程度で説明せよ。図を用いてもよい。

卵母細胞、濾胞細胞、囲卵腔、核、転写因子、キナーゼ、ドーサル、グルケン、パイプ、カクタス

問題 [18]

運搬 RNA (tRNA) について、以下の問1～問3に答えよ。

- 問1 tRNA は、分子内塩基対によりクローバー型の二次構造を形成する。この二次構造に含まれる4つのアームの名称と特徴をそれぞれ説明せよ。
- 問2 遺伝暗号の縮重は、1つのアミノ酸に対応する tRNA 分子が2種類以上存在すること、および2種類以上のコドンと対合できる tRNA が存在することに起因する。1種類の tRNA が2種類以上のコドンと対合するしくみを説明せよ。
- 問3 アミノアシル tRNA 合成酵素が、tRNA にアミノ酸を付加する機構を説明せよ。

問題 [19]

以下の項目 1～5 であげられた対になる生物学用語について、それぞれ 100 字程度で相違を明確に説明せよ。

1. euchromatin と heterochromatin
2. 遺伝子配列における paralog と ortholog
3. 細菌の transformation と transfection
4. 遺伝子導入における transient expression と stable expression
5. 適応現象における acclimation と adaptation

問題 [20]

植物の耐塩性に関する次の文を読み、問 1 と問 2 に答えよ。

一般に陸上植物は、NaCl などの塩分が多量に集積する土壌環境では生育できない。しかしその一方で、海浜や乾燥地のような高塩濃度条件下でも生育し、開花・結実する植物が存在する。作物の耐塩性についても、種間差異や同一種内における品種間差異がみられる。このような耐塩性の多様性は、個々の種や品種が保持している遺伝子の違いや、遺伝子の発現調節の違いなどに起因すると考えられる。

問 1 一般に、耐塩性植物から精製した酵素タンパク質は、それ自体には耐塩性は備わっておらず、試験管内では高塩濃度条件下で容易に失活したり変性したりする。この事実をふまえて、植物細胞における耐塩性のメカニズムを 2 つあげ、150 字程度で説明せよ。

問 2 耐塩性などの育種上重要な遺伝形質にかかわる作物の品種改良には、野生に生息する祖先植物や類縁植物を探索し、これを保管することが非常に重要と考えられる。その理由を 150 字程度で説明せよ。