平成２５年度　広島大学大学院理学研究科入学試験問題

数理分子生命理学専攻	専門科目

平成２４年８月２４日　１３：３０～１６：３０

注　意　事　項

(1) 以下の用紙が配布されている。
　　問題用紙（表紙を含む）　２２枚
　　解答用紙（表紙を含む）　　５枚
　　下書き用紙　　　　　　　　１枚
(2) 問題は数学一般，物理学，化学，生物学分野から合計２１題ある。これらの中から４題を選択し，解答せよ。
(3) 解答用紙の表紙に受験番号と選択した問題の番号を記入せよ。
(4) 解答は問題ごとに別々の解答用紙を用い，それぞれの解答用紙に選択した問題番号と受験番号を記入し解答せよ。紙面が不足した場合は裏面を使用してよい。
(5) 解答用紙および下書き用紙の全てに受験番号を記入せよ。
(6) 試験終了時には，全ての解答用紙および下書き用紙を提出すること。

問題 [1]

共有結合に関する以下の問 1 〜問 4 に答えよ。必要に応じて図を用いて解答してもよい。

問 1　水素原子および窒素原子の電子配置を原子軌道 ($1s, 2s, 2p_x$ など) を用いて表記せよ。

問 2　水素は単独の原子としては存在せず，水素分子として安定に存在する。その理由を原子軌道および分子軌道のエネルギーを用いて説明せよ。

問 3　ヘリウムは，単体の原子として安定に存在する。その理由を原子軌道および分子軌道の概念を用いて説明せよ。

問 4　窒素分子 (N_2) は，酸素分子 (O_2) よりも安定である。この理由を分子軌道の概念を用いて説明せよ。

問題 [2]

次の(a)〜(c)の３つの平衡について問１〜問３に答えよ。ただし，計算には表１の熱力学的データを用いよ。

(a) $HCl(g) + NH_3(g) \rightleftharpoons NH_4Cl(s)$

(b) $2Al_2O_3(s) + 3Si(s) \rightleftharpoons 3SiO_2(s) + 4Al(s)$

(c) $Fe(s) + H_2S(g) \rightleftharpoons FeS(s) + H_2(g)$

問１ (a)〜(c)のうち25℃で平衡定数 $K > 1$ であるものはどれか答えよ。また，その理由を計算式を含めて示せ。

問２ (a)〜(c)のうち定圧で温度を上げたときに平衡が右へずれるものはどれか答えよ。また，その理由を計算式を含めて示せ。

問３ (a)について以下の問いに答えよ。

(1) $NH_4Cl(s)$だけを真空の容器に入れて加熱した場合，成分と相の数はそれぞれいくつか。

(2) $NH_4Cl(s)$に余分の $HCl(g)$を加え，真空の容器に入れて加熱した場合，成分と相の数はそれぞれいくつか。

表１　25℃における各物質の熱力学データ

化合物	標準生成エンタルピー $\Delta_f H°$ (kJ mol^{-1})	標準生成 Gibbs エネルギー $\Delta_f G°$ (kJ mol^{-1})
$Al(s)$	0	0
$Al_2O_3(s)$	−1675.7	−1582.3
$Fe(s)$	0	0
$FeS(s)$	−100.0	−100.4
$H_2(g)$	0	0
$HCl(g)$	−92.31	−95.30
$H_2S(g)$	−20.63	−33.56
$NH_3(g)$	−46.11	−16.45
$NH_4Cl(s)$	−314.43	−202.87
$Si(s)$	0	0
$SiO_2(s)$	−910.94	−856.64

問題 [3]

気体の熱力学に関する以下の問１と問２に答えよ。ただし，気体の圧力，体積，物質量，絶対温度，気体定数を表す記号をそれぞれ p, V, n, T, R とし，これら以外に解答に必要な記号が生じた場合は定義して使用せよ。

問１　次の①と②は，実在気体の分子間力に関係する変数とその具体的数値である。

① 内圧 π_T　　$\pi_T = 0.002$ atm

② ジュール・トムソン係数 μ_{JT}　　$\mu_{JT} = 0.25$ K atm^{-1}

①と②のそれぞれの変数について，以下の問いに答えよ。

(1)　理想気体の場合の数値を答えよ。

(2)　問題文で与えられた数値は，分子間力が引力であることを表しているか，それとも斥力であることを表しているか，変数の定義を偏導関数で表したうえで説明せよ。

問２　実在気体の圧縮因子 Z は，圧力 p のべき級数式である次のビリアル状態方程式で表される。

$$Z = 1 + \frac{B}{RT}p + \frac{C - B^2}{(RT)^2}p^2 + \cdots$$

ただし，B, C はそれぞれ第二，第三ビリアル係数である。

(1)　$\lim_{p \to 0}\left(\frac{dZ}{dp}\right)$ を導出せよ。

(2)　ボイル温度とは何かを説明し，(1)で得た結果を使ってボイル温度になる条件を導出せよ。

(3)　実在気体の温度がボイル温度であるときの Z と p の関係を示したグラフを描け。

問題 [4]

励起状態の生成と励起状態の起こす過程に関する以下の問１～問３に答えよ。なお，必要であれば作図すること。

問１　励起状態における分子の電子状態には，多重度の異なる一重項状態と三重項状態がある。これらの状態をそれぞれ説明せよ。また，一般的にはどちらがエネルギーの高い状態なのか，理由とともに説明せよ。

問２　多重度の異なる状態への遷移である「項間交差」が，原則としては起こらない「禁制遷移」である理由を説明せよ。

問３　アルデヒドやケトン（例：ベンゾフェノン）や芳香族炭化水素（例：ナフタレン）では項間交差が起こるために，一重項状態の遷移であっても発光や光反応が三重項状態から生じる。禁制遷移でも項間交差が起こる理由を，下記の語句を全て用いて説明せよ。

語句：スピン―軌道相互作用　　重原子効果　　右ねじの法則　　誘起磁気モーメント

問題［5］

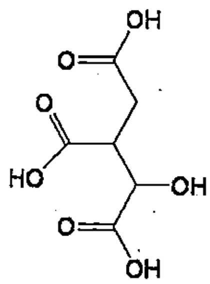
以下の問１～問４に答えよ。

問１　3－オキソ酸を加熱すると容易に脱炭酸する。その反応機構を記せ。

問２　イソクエン酸デヒロドゲナーゼは，イソクエン酸を対応する3－オキソ酸であるオキサロコハク酸に酸化する反応を触媒する。オキサロコハク酸は直ちに脱炭酸して2－オキソグルタル酸を生じる。これらの一連の反応機構を記せ。

問３　ピルビン酸デカルボキシラーゼは，脱炭酸反応を受けにくい2－オキソ酸であるピルビン酸から脱炭酸してアセトアルデヒドを生じる反応を触媒する。反応機構を補酵素であるチアミン二リン酸の役割がわかるように記せ。

問４　TCA（クエン酸）サイクルは直線型ではなく循環型である。TCAサイクルがシステムとして有利であるのはなぜか，その理由を記せ。



イソクエン酸

問題 [6]

以下に示すハロゲン交換反応は，溶媒をメタノールからジメチルホルムアミド（DMF）に変えると，その反応速度が約 100 万倍に加速することが知られている。以下の問 1 〜問 4 に答えよ。

$$CH_3I + Cl^- \longrightarrow CH_3Cl + I^-$$

問 1　DMFの共鳴構造を記せ。

問 2　塩化物イオンの供給源として塩化リチウム（LiCl）を用いるとき，LiCl とDMFは，どのような相互作用をするか。問 1 で示した共鳴構造を基に，その相互作用の分子機構を記せ。

問 3　問 2 で示した分子機構を基に，DMFを溶媒とした場合の反応加速効果について説明せよ。

問 4　この反応加速効果は，ジメチルスルホキシドを溶媒として用いた場合でも起こるか，理由とともに記せ。

問題 [7]

タンパク質精製に関する以下の文を読み，問1～問4に答えよ。

タンパク質精製では，目的タンパク質と他の物質を $\boxed{\ 1\ }$, $\boxed{\ 2\ }$, 電荷，分子サイズ，特異的結合などの物理化学的性質の差を利用し分離する。液体クロマトグラフィーは，試料を液体(移動相とよぶ)に溶かし，固定相をつめたカラムに通す。試料中の成分は，固定相との相互作用の違いにより分離される。固定相と試料の静電相互作用の差を利用した分離法は，$\boxed{\ 3\ }$クロマトグラフィーである。分子の大きさと形の差を利用した分離法は，$\boxed{\ 4\ }$クロマトグラフィーである。生体分子との特異的相互作用を利用したものが$\boxed{\ 5\ }$クロマトグラフィーである。溶離したタンパク質分子は，$\boxed{\ 6\ }$ nm の紫外吸収や酵素の$\boxed{\ 7\ }$などで検出する。

問1　文中の$\boxed{\ 1\ }$～$\boxed{\ 7\ }$にあてはまる適当な用語あるいは数値を答えよ。

問2　特異的相互作用を利用したタンパク質精製法の一つにヒスチジンタグを用いた方法がある。原理と操作の概略を300字程度で説明せよ。

問3　一般的にタグの付加はタンパク質精製において有用な方法であるが，注意すべき点がある。注意すべき点を100字程度で説明せよ。

問4　問3で解答した注意すべき点に対する対処法を簡潔に説明せよ。

問題 [8]

以下の問１と問２に答えよ。

問１　遺伝子組換えに使われる実験操作を以下に示す。各操作の概略をそれぞれ 100 字程度で説明せよ。

(1) electroporation

(2) degenerate PCR

(3) reverse transcription

(4) Southern blotting

(5) TA cloning

(6) Western blotting

問２　略号で表した RNA 分子種を以下に示す。各 RNA の細胞内における役割をそれぞれ 100 字程度で説明せよ。

(1) hnRNA

(2) miRNA

(3) rRNA

(4) snRNA

問題[９]

遺伝子機能のエピジェネティックな制御に関する以下の文を読み，問１～問６に答えよ。

二倍体の生物では通常，父由来ゲノムと母由来ゲノム上の対立遺伝子はそれぞれ同程度に発現しており，両者は機能的に等価であると考えられる。しかし哺乳類の一部の遺伝子においては，母由来ゲノムと父由来ゲノムが機能的に等価でなく，父由来か母由来かによってその対立遺伝子の発現量が異なる。このような現象は $\boxed{1}$ とよばれ，(A)ゲノム DNA のエピジェネティックな修飾によって制御される。修飾を受けるのは $\boxed{2}$ 配列中の塩基に限られており，一般的にこのような修飾を受けた遺伝子の発現は $\boxed{3}$ される。

また哺乳類では，雌がもつ２本の X 染色体のうち一方が不活性化されることが知られている。不活性化された X 染色体は，染色体全体にわたって高度に凝縮して $\boxed{4}$ クロマチンになっており，$\boxed{5}$ とよばれる核内構造体として核膜の近くに観察される。X 染色体の不活性化には，X 不活性化センター（XIC）から発現する非コード RNA である $\boxed{6}$ RNA が重要な役割を果たしており，$\boxed{6}$ RNA が X 染色体全体を覆ってしまう。

問１　文中の $\boxed{1}$ ～ $\boxed{6}$ にあてはまる適当な用語を答えよ。

問２　下線部(A)について，修飾された塩基の化学構造を図示せよ。

問３　下線部(A)の修飾は，DNA 複製後も娘 DNA 分子に正確に受け継がれる。そのしくみを，100 字程度で説明せよ。

問４　遺伝子機能のエピジェネティックな制御には，ゲノム DNA の修飾以外にどのようなものがあるか，100 字程度で説明せよ。

問５　哺乳類において母由来ゲノムと父由来ゲノムの両者の寄与が不可欠であることは，どのような実験または生物現象によって示されるか，100 字程度で説明せよ。

問６　哺乳類ではなぜ雌の一方の X 染色体が不活性化されるのか，理由を 100 字程度で説明せよ。

問題 [10]

ショウジョウバエの前後軸形成に関する以下の文を読み，問１～問５に答えよ。

ショウジョウバエの前後の極性を決める遺伝子は，卵形成過程において転写され[1]として，あるいは翻訳された[2]として卵の中に偏って蓄積される。これらの遺伝子は，母方の遺伝子のみによって表現型が決定されるので，[3]遺伝子とよばれている。

[3]遺伝子の一つであるビコイド遺伝子は，[4]細胞で転写され，[5]細胞へ送り込まれ，卵の前端にある細胞骨格の一部に固定される。受精後，(A)<u>ビコイドは前端から後端にかけて濃度勾配を形成し、体節の前後軸に沿った位置はこのビコイドの濃度勾配によって決定される</u>。ビコイドは，遺伝子の発現を調節する[6]因子であり，標的とするハンチバック遺伝子の調節領域に結合することが知られている。[7]遺伝子の一つであるハンチバック遺伝子は，ビコイドによって(B)<u>多核性胞胚</u>期に(C)<u>卵の前半分に発現するように調節される</u>。

[7]遺伝子群や[8]遺伝子群は[3]遺伝子群によって発現が制御され，これら遺伝子群の働きにより将来の体節の位置が決定される。[8]遺伝子群は[9]遺伝子群の発現を制御し，[9]遺伝子群の働きにより体節の形態形成が行われ，体節の境界が確立する。さらに，(D)<u>ホメオティック遺伝子群</u>の働きにより，体節の特徴づけが行われる。

問１　文中の[1]～[9]にあてはまる適当な用語を答えよ。

問２　下線部(A)に示されるように，ショウジョウバエの胚はビコイドの濃度勾配によって，前端から後端にかけて先節，頭部，胸部，腹部，尾節を分化させていく。以下の変異体あるいは実験操作胚は，前後軸に沿ってどのような特徴をもった胚になると予想されるか。理由を含めて簡潔に説明せよ。

(1) ビコイド欠失変異体

(2) 野生型の後端にビコイドを発現させた胚

問３　下線部(B)に関連して，多核体として発生することの重要性について 100 字程度で説明せよ。

問４　下線部(C)に示されるハンチバック遺伝子の発現は，調節領域中の複数のビコイド結合サイト（3つの強く結合するサイトと3つの弱く結合するサイト）によって調節されている。ハンチバック遺伝子の発現を後方領域に広げるためには，ビコイド結合サイトにどのような改変を加えればよいと考えられるか。理由を含めて 100 字程度で説明せよ。

問５　下線部(D)に関連して，この遺伝子群の欠失変異体の特徴について例をあげて説明せよ。

問題［11］

植物の形態に関する以下の文を読み，問１～問４に答えよ。

植物の形を特徴づける葉の付き方や並び方は，一見複雑である。しかし，(A)<u>葉は茎に対して一定の規則性をもって配列している場合が多い</u>。この配列様式は葉序とよばれ，一部の種に観察される特殊な例を除き，［ 1 ］葉序，［ 2 ］葉序および［ 3 ］葉序の３つに大別される。このなかでも［ 1 ］葉序には多様な種類が存在するため，個々の［ 1 ］葉序を形態学的に区別するための表記法が考案されている。その一つである開度法では，鉛直方向に見下ろした茎を中心として，発生順に隣り合う２枚の葉がなす角度（開度）に基づき種々の［ 1 ］葉序を分類する。発芽後間もない植物の葉序は，本葉の成長とともに次第に明らかとなるが，本葉は茎頂分裂組織の周縁で発生する葉原基を経て形成される。(B)<u>このため，茎頂における葉原基の発生位置によって葉序はすでに確定しており，その決定には植物ホルモンであるオーキシンが深く関わっていることが分子レベルで明らかにされている</u>。

問１　文中の［ 1 ］～［ 3 ］にあてはまる適当な用語を答えよ。また，３つの葉序をそれぞれ定義せよ。

問２　下線部(A)に関して，葉の規則的な配列によって生じる利点を，生理学的観点から 100 字程度で説明せよ。

問３　右の図１は，ある植物を鉛直方向に見下ろしたときに観察される葉の配列を模式的に描いたものである。この植物の葉序を開度法によって表記し，開度(°)を求めよ。なお，この図では各々の葉に対して発生順に番号を付してある。また，中央の円は茎頂を示す。

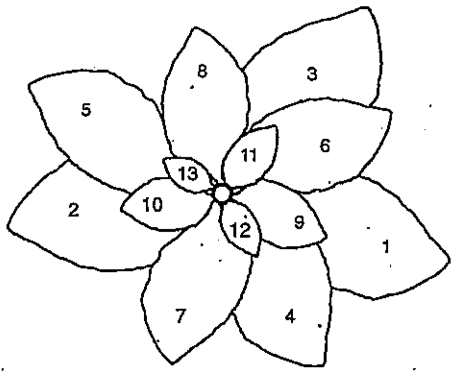


図１

問４　下線部(B)に関して，葉原基の発生や葉序の形成において，オーキシンがどのように関わっているのかを 300 字程度で説明せよ。ただし，解答に際し下記の５つの用語を少なくとも一度は使用し，解答文中に下線を付すこと。

局部的蓄積，抑制，極性輸送，PIN1 タンパク質，既存の葉原基

問題［12］

アルカリ SDS 法による大腸菌からのプラスミド調製の操作手順（①〜⑩）に関する以下の文を読み，問１〜問３に答えよ。

① プラスミドを保持している大腸菌を液体培地で一晩培養する。
② 上記大腸菌を遠心し，菌体を集める。
③ 上記菌体を溶液 I［50 mM glucose, 25 mM Tris-HCl (pH 8.0), (A)<u>10 mM EDTA</u>］で懸濁する。
④ ③のサンプルに溶液 II［(B)<u>0.2 M NaOH</u>, (C)<u>1% SDS</u>］ を加える。
⑤ ④のサンプルに溶液 III［(D)<u>5 M potassium acetate (pH 4.8)</u>］を加えて，遠心する。
⑥ ⑤で得られた上清に(E)<u>TE［10 mM Tris-HCl (pH 8.0), 1 mM EDTA］飽和フェノール／クロロホルム(1:1)</u>を加えてよく撹拌する。
⑦ ⑥のサンプルを遠心し，水層を新しいチューブへ移す。
⑧ ⑦で得られたサンプルに 100%エタノールを加えて遠心し，上清を取り除く。
⑨ 70%エタノールで沈殿をリンスし，遠心後，上清を完全に取り除く。
⑩ TE 溶液で沈殿を溶解する。

問１　下線部 (A)〜(E)を使用する理由をそれぞれ簡潔に説明せよ。

問２　⑧の操作でプラスミドが沈殿する理由を簡潔に説明せよ。

問３　⑩で得られたプラスミド溶液を RNase 処理し，アガロースゲル電気泳動を行なった結果，一種類のプラスミドにもかかわらず３本のバンドが観察された（図１）。３本のバンドが観察される理由について簡潔に説明せよ。ただし，ゲノム DNA の混在はなく，プラスミドの二量体化は無視できるものとする。

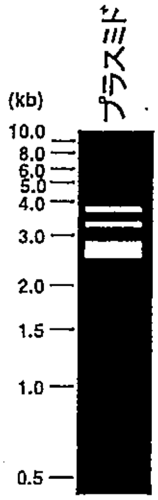


図１

問題 [13]

質量 m の質点が2次元平面上を運動している。質点にかかる力のポテンシャルは，原点からの距離を r としたとき $V(r)$ で与えられ，$V(r)$ は $r>0$ において微分可能な関数であるとする。

問1　質点の力学的エネルギーと角運動量が保存する（時間によらず一定である）ことを示せ。

問2　角運動量の大きさを l（定数）とする。$V(r)=-\dfrac{c}{r}$ (c は定数) のとき，原点と質点の距離 r を変数とした運動方程式を記せ。

問3　問2で得られた方程式における r のつり合いの位置 r^* を求めよ。

問4　質点が問2で得られた方程式に従い，$r(0)=r^*(1+\epsilon)$ $(0<\epsilon\ll 1)$，$\dot{r}(0)=0$ で運動を開始する。r の r^* からのずれが微小に保たれると仮定し，r の近似的な時間変化を求めよ。ただし $m=1, l=1, c=1$ とする。

問題 [14]

一次元シュレディンガー方程式

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2}+V(x)\right)\Psi(x)=E\Psi(x)$$

で表される系を考える。ただし $0<x<a$ で $V(x)=V_0$(正定数)，その他の領域で $V(x)=0$ とする。$x=-\infty$ から来た入射波 Ae^{ikx} は 障壁（$V(x)=V_0$ の領域）で，ある一定の割合 $R\ (0\leq R\leq 1)$ だけ反射されて Be^{-ikx} で表わされる波として，$x=-\infty$ に戻っていく。また，残りの部分 $T=1-R$ は障壁を透過して，Ce^{ikx} で表わされる波として $x=\infty$ に向かう。以下の問いに答えよ。

問１ 入射波のエネルギー

$$E=\frac{\hbar^2k^2}{2m}\quad (h：プランク定数,\quad \hbar=\frac{h}{2\pi},\quad m：入射波を粒子と見なしたときの質量)$$

が，$E>V_0$ を満たすものとして，透過率 $T=|C/A|^2$ を求めよ。また，透過率が１となるのは E がどのような条件を満たす場合か答えよ。

問２ 入射波のエネルギーが $0<E<V_0$ を満たすときの透過率 T を求め，透過率が１となる場合があるか否か理由をつけて答えよ。

問題 [15]

電気量 q，質量 m の電荷を，固定された十分大きな金属平面から距離 d の位置に置き，初速度 0 で放す。この電荷が金属平面に達するまでの時間を求めよ。ただし，真空の誘電率を ϵ_0 とし，重力は無視できるとせよ。

問題 [16]

変数 x の2次関数全体 $V=\{a+bx+cx^2 \mid a,b,c\in\mathbb{R}\}$ は，和および定数倍に関して実線形空間をなす。以下の問いに答えよ。

問1 V と $\mathbb{R}^3$ の間の同型写像を一つ挙げよ。

問2 写像 $L:V\longrightarrow V$ を

$$(Lf)(x)=5f''(x)+3f'(x)+f(x)$$

と定義する。ここで，$f'(x)$ と $f''(x)$ はそれぞれ f の導関数と2階導関数を表す。このように定義される L は線形写像である。単項式 $e_0(x)=1$，$e_1(x)=x$，$e_2(x)=x^2$ を V の基底とするとき，$L:V\longrightarrow V$ のこの基底に関する表現行列 A を求めよ。

問3 前問で求めた行列 A の逆行列 A^{-1} を求めよ。

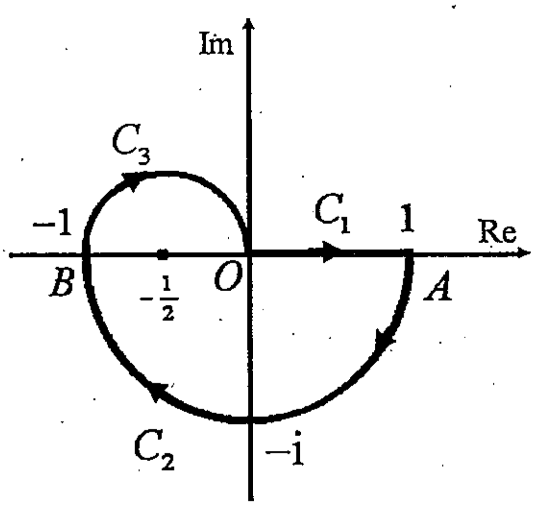
問4 与えられた $g(x)=p+qx+rx^2\in V$ に対して，$Lf=g$ を満たす $f(x)\in V$ を求めよ。

問題 [17]

図のように，ガウス平面上において

$$\begin{aligned}
&\text{線分 } C_1 \ : \quad \{z \in \mathbf{C}\,;\, y = 0,\ 0 \leq x \leq 1\},\\
&\text{曲線 } C_2 \ : \quad \left\{z \in \mathbf{C}\,;\, y = -\sqrt{1 - x^2},\ -1 \leq x \leq 1\right\},\\
&\text{曲線 } C_3 \ : \quad \left\{z \in \mathbf{C}\,;\, y = \sqrt{\frac{1}{4} - \left(x + \frac{1}{2}\right)^2} \quad -1 \leq x \leq 0\right\}
\end{aligned}$$

を考える。ただし，$z = x + \mathrm{i}y$ $(x, y \in \mathbf{R})$ とし，C_1, C_2, C_3 の向きは図の矢印で示されたとおりである。



問 1 $\displaystyle\int_{C_1} \frac{1}{2z+1}\,dz$ を計算せよ。

問 2 $\displaystyle\int_{C_3} \frac{1}{2z+1}\,dz$ を計算せよ。

問 3 $\displaystyle\int_{C_2} \frac{1}{2z+1}\,dz$ を計算せよ。

問題 [18]

$$I_n = \int_{-\infty}^{\infty} x^n e^{-\alpha x^2} dx \ \ (\alpha > 0,\ n\text{ は非負整数})$$

について以下の問に答えよ。

問 1　$x = r\cos\theta, y = r\sin\theta$ とするとき，ヤコビ行列式 $\left|\dfrac{\partial(x,y)}{\partial(r,\theta)}\right|$ を求めよ。

問 2　$\displaystyle\int_0^{\infty} xe^{-\alpha x^2} dx$ を求めよ。

問 3　$\displaystyle I_0^2 = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\alpha(x^2+y^2)} dxdy$ を示し，これを用いて I_0 を求めよ。

問 4　I_1, I_2, I_3, I_4 を求めよ。

問題 [19]

次の微分方程式系

$$\frac{dx}{dt} = -x - 2y, \qquad \frac{dy}{dt} = 2x - y, \qquad x(0) = 16, \quad y(0) = 0$$

の解の挙動を相平面（x-y 平面）の上で考える。ただし t は時間を表す変数であるとする。

問 1　$x(t) = r(t)\cos\theta(t)$, $y(t) = r(t)\sin\theta(t)$ とおいて変数を変換したとき，$r(t)$ と $\theta(t)$ の満たす微分方程式および初期条件を求めよ。

問 2　原点を中心とする単位円の円周を C とする。解曲線が C と交わる時刻 t_* を求めよ。

問 3　解曲線と C の交点 P は x-y 平面の第何象限にあるか。(ただし，$\log 2 \simeq 0.6931$)

問 4　点 $(16, 0)$ から 点 P までの解曲線の長さ L を求めよ。

問題 [20]

次の C 言語で書かれたプログラムを読み，以下の問いに答えよ。

```
#include <stdio.h>
#define N 2013

int main(void)
{
    int x[N], i;

    /*  x[0] を入力する  */
    printf("Input an integer as  x[0] : ");
    scanf("%d", &x[0]);

    /*  数列 x[i] を生成する  */
    for (i = 1; i < N; i++)
    {
        x[i] = (x[i-1] * (x[i-1] + 2)) % 11;
    }

    /*  x[2012] を出力する  */
    printf("x[2012] = %d\n", x[2012]);
}
```

ただし，このプログラムを実行する際に，x[0] として 0, 1, 2, ..., 10 の 11 通りの数のうちから，どれかの数を入力することにする。

（注：プログラム内で，非負整数 a と 自然数 b に対し a % b は a を b で割ったときの剰余を表す）

問 1　このプログラムを実行した結果，x[2012] として出力される可能性のある数をすべて挙げよ。

問 2　このプログラムを実行した結果，x[2012] = 8 が出力された。x[0] として入力された数は何であったか，可能性のあるものをすべて挙げよ。

問 3　このプログラムを実行した結果，x[2012] として出力された数が x[0] として入力された数より小さかった。x[0] として入力された数は何であったか，可能性のあるものをすべて挙げよ。

問題 [21]

神経発火のダイナミクスをモデル化した２変数の力学系

$$\frac{dx}{dt} = -3x + 5x^2 - x^3 - y$$
$$\frac{dy}{dt} = \epsilon(6x - y + \alpha)$$

について以下の問いに答えよ。ここで，α, ϵ は実定数で，$0 < \epsilon \ll 1$ とする。また，x は神経の興奮度を表す変数とする。

問１ $\alpha = 0$ として，この力学系のヌルクラインを $x - y$ 平面上に描け。

問２ $\alpha = 0$ とする。初期に一定以上の強度の刺激を神経に与えて $x(0) > x_c$, $y(0) = 0$ としたとき，神経は一度初期値以上に興奮し，その後鎮静する。また，$x(0) < x_c$, $y(0) = 0$ の場合，初期値を越えて興奮することはなく鎮静に向かう。x_c の値を求めその根拠を説明せよ。

問３ 定数 α が $\alpha_{min} < \alpha < \alpha_{max}$ の範囲にあるとき，神経は外部刺激がなくとも，周期的に興奮を繰り返す。α_{min} および α_{max} を求めよ。また，その場合に興奮が繰り返されることを，相平面 ($x - y$ 平面) 上の $(x(t), y(t))$ の軌道の概形を描いて説明せよ。