平成２６年度　広島大学大学院理学研究科入学試験問題

数理分子生命理学専攻	専門科目

平成~~２６~~25年８月２２日　１３：３０～１６：３０

注 意 事 項

(1) 以下の用紙が配布されている。
　問題用紙（表紙を含む）　２０枚
　解答用紙（表紙を含む）　５枚
　下書き用紙　１枚
(2) 問題は数学一般，物理学，化学，生物学分野から合計２１題ある。これらの中から４題を選択し，解答せよ。
(3) 解答用紙の表紙に受験番号と選択した問題の番号を記入せよ。
(4) 解答は問題ごとに別々の解答用紙を用い，それぞれの解答用紙に選択した問題番号と受験番号を記入し解答せよ。紙面が不足した場合は裏面を使用してよい。
(5) 解答用紙および下書き用紙の全てに受験番号を記入せよ。
(6) 試験終了時には，全ての解答用紙および下書き用紙を提出すること。

問題〔1〕

気相反応により分子Aから分子Pが生じる1分子反応について，リンデマン－ヒンシェルウッド機構で考察するために，以下の問1～問6に答えよ。

問1　この反応機構によれば，この1分子反応は次の3つの素反応からなる。
まず，元の系にある分子Aが別の分子Aと衝突して，エネルギー的に高い状態の分子 A^* になる。

$$A + A \xrightarrow{k_1} A^* + A \qquad (1)$$

この高エネルギー分子 A^* の一部は，別の分子Aと衝突して過剰エネルギーを損失する。

$$A + A^* \xrightarrow{k_2} A + A \qquad (2)$$

また，高エネルギー分子 A^* の一部は1分子分解して生成物Pになる。

$$A^* \xrightarrow{k_3} P \qquad (3)$$

ここで，k_1，k_2，k_3 は各素反応の反応速度定数である。
(1)～(3)の各素反応それぞれについて $d[A^*]/dt$ を，k_1，k_2，k_3，[A]，$[A^*]$ を用いて表せ。

問2　反応全体としての A^* の生成速度 $d[A^*]/dt$ を，k_1，k_2，k_3，[A]，$[A^*]$ を用いて表せ。

問3　定常状態を仮定して，中間体濃度 $[A^*]$ を k_1，k_2，k_3，[A]を用いて表せ。

問4　Pの生成速度 $d[P]/dt$ を，k_1，k_2，k_3，[A]を用いて表せ。

問5　問1における高エネルギー中間体分子 A^* の消失が，①主に(2)式によって起こるか，②主に(3)式によって起こるか，により反応次数が異なる。下線部①と②のそれぞれの場合において近似を行い，この気相反応の反応次数を求めよ。

問6　問5の結果より，リンデマン－ヒンシェルウッド機構によって，この1分子反応が2分子の衝突で起こるにもかかわらず，1次の反応速度式に従うのはどのような場合と推論されるか，説明せよ。

問題〔２〕

化学平衡に関する以下の問１～問５に答えよ。

密閉容器に気体 N_2O_4 を入れて十分に長い時間待つと，次の気相平衡状態に達する。

$$N_2O_4\,(g) \rightleftarrows 2NO_2\,(g) \qquad (1)$$

以下，この気相平衡反応(1)について考える。なお，いずれの気体も理想気体とする。

問１　平衡状態(1)における N_2O_4 および NO_2 の分圧をそれぞれ，P_a, P_b とする。(1)の気相平衡反応における平衡定数 K_p を記せ。

問２　密閉容器に入れた N_2O_4 は a mol であった。平衡状態(1)では x mol の N_2O_4 が NO_2 に分解したとする。この時，容器中の気体分子の全物質量 n_T を記せ。

問３　平衡状態(1)にあるときの系の全圧を P_T とすると，N_2O_4 の分圧 P_a および，NO_2 の分圧 P_b をそれぞれ a, x, P_T を用いて書き表せ。

問４　平衡状態(1)における平衡定数 K_p を a, x, P_T を用いて書き表せ。

問５　気相平衡反応(1)の 25℃における平衡定数は $K_p = 0.113$ atm である。0.050 mol の $N_2O_4\,(g)$ を容器に封入して平衡状態に達したときの全圧は 1.0 atm であったとする。この状態における NO_2 の分圧を求めよ。

問題〔3〕

アラニンに関する以下の問１〜問３に答えよ。

問１　水溶液においてアラニンは $pK_{a1} = 2.34$，$pK_{a2} = 9.69$ である。アラニンの等電点はいくらか計算せよ。

問２　$pH < pK_{a1}$，pH＝ 等電点，および $pH > pK_{a2}$ においてアラニンがとる主な構造をそれぞれ記せ。なお，アラニンは R 体とする。

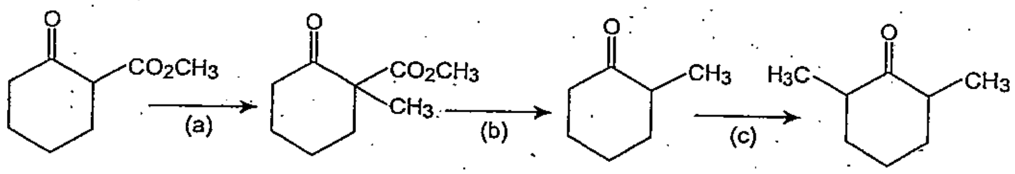
問３　水酸化ナトリウム水溶液によるアラニン水溶液の滴定曲線を作図せよ。なお，滴定の pH 範囲を 1 から 11，横軸を OH^- の当量数とし，図には等電点，pK_{a1}，および pK_{a2} を明記すること。

問題〔4〕

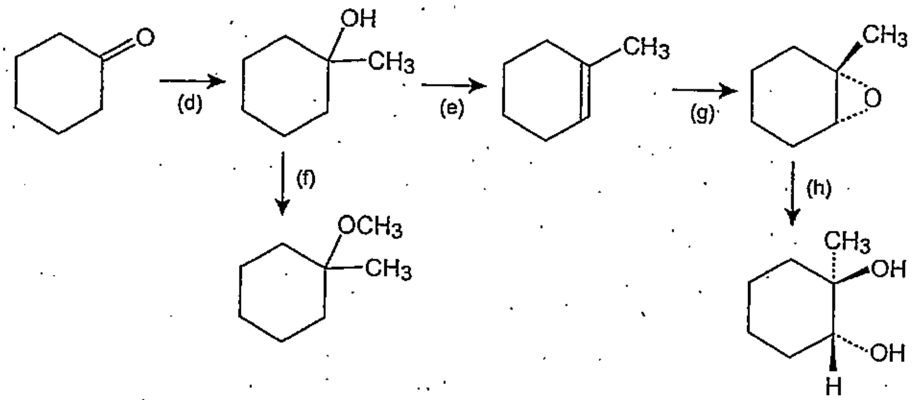
以下の問１と問２に答えよ。

問１　次の２種類の反応(1)と(2)において必要な試薬 (a)〜(h) を記せ。

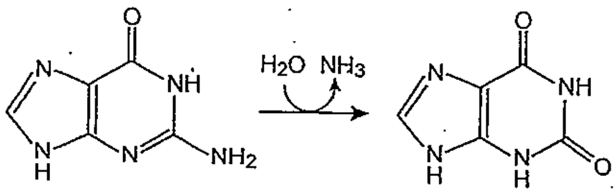
(1)



(2)



問２　グアニンの加水分解によるキサンチンの生成の反応機構を記せ。



問題〔5〕

一定の圧力下におかれているある純物質1 molが，気体（g），液体（l），固体（s）の各状態で示すモルギブズ関数（モルギブズエネルギー）（G_{m}）と絶対温度（T）の関係を図1に描いた。問1～問3に答えよ。必要なら，グラフを用いて説明せよ。

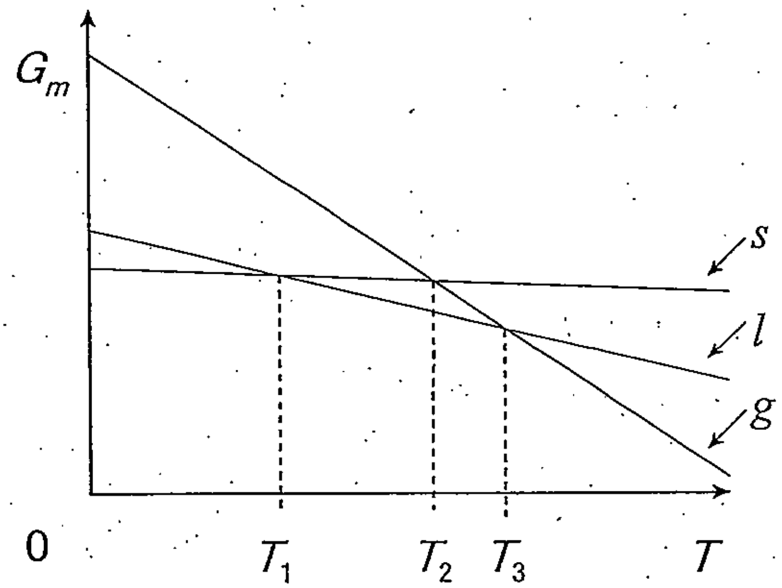


図1

問1　図1の T_1，T_2，T_3 は，それぞれ何を表すか，名称を答えよ。

問2　モルエンタルピー（H_{m}）とモルエントロピー（S_{m}）は，それぞれ図1のグラフのどこに表れているか，答えよ。

問3　G_{m} の圧力（p）依存性について，以下の問いに答えよ。

(1)　定温において，圧力変化にともなう G_{m} の変化量はいくらか。$\mathrm{d}G_{\mathrm{m}} = \mathrm{d}H_{\mathrm{m}} - \mathrm{d}(T \cdot S_{\mathrm{m}})$ の式を使って説明せよ。

(2)　(1) の結果から考えて，圧力の低下にともない G_{m} はどのように変化するか，説明せよ。

(3)　各状態におけるモル体積（V_{m}）の関係が $V_{\mathrm{m}}(g) > V_{\mathrm{m}}(s) > V_{\mathrm{m}}(l)$ である場合，圧力の低下にともない T_1 と T_3 はそれぞれどのように変化するか，説明せよ。

問題〔6〕

Belouzov-Zhabotinsky 反応（BZ 反応）は，金属触媒の酸化還元反応が交互に起こる化学振動反応である。この反応では金属触媒としてフェロインがよく用いられる。フェロインは，一つの鉄イオン(Fe^{2+})と三つの 1,10-フェナントロリン(phen)からなる錯体であり，$[Fe(phen)_3]^{2+}$ と表記される。以下の問１～問４に答えよ。

問１　①フェナントロリンのような配位子は，何座配位子と呼ばれるか。また，②この錯体はどのような立体構造をとるか，下線部①と②についてそれぞれ理由とともに答えよ。なお，鉄の原子番号は 26 である。

問２　フェロインを用いた BZ 反応の電位振動の時間変化を図１に示す。Nernst の式 $E = E^{\circ} + (RT/F)\ln([Fe^{3+}]/[Fe^{2+}])$ より，酸化状態は，高電位側又は低電位側のどちらに相当するか，理由とともに答えよ。ここで，E°は標準電極電位，R は気体定数，F はファラデー定数，及び T は絶対温度である。

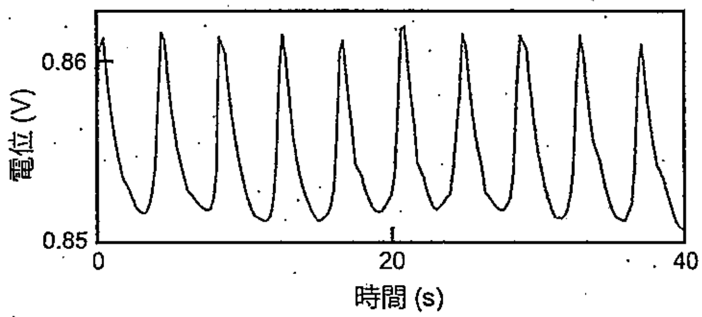


図１．フェロインを用いた BZ 反応の電位振動

問３　紫外可視分光光度計を用いて，フェロインの振動反応の時間測定をするためには，波長をいくらに設定すればよいか，理由とともに答えよ。なおフェロイン溶液は，還元状態で赤色，酸化状態で青色を呈する。

問４　下記は BZ 反応の複数の素反応から鍵となる反応を抜粋したものであり，Step Ⅰ → Step Ⅱ → Step Ⅲ → Step Ⅰ → … が繰り返されることで反応が振動する。

$CH_2(COOH)_2 + Br_2 \rightarrow BrCH(COOH)_2 + Br^- + H^+$　　［マロン酸の臭素化］

$Br^- + HBrO_2 + H^+ \rightarrow 2HOBr$　　[Step Ⅰ]

$HBrO_2 + BrO_3^- + 2[Fe(phen)_3]^{2+} + 3H^+ \rightarrow 2HBrO_2 + 2[Fe(phen)_3]^{3+} + H_2O$　　[Step Ⅱ]

$4[Fe(phen)_3]^{3+} + BrCH(COOH)_2 + 2H_2O \rightarrow$
$4[Fe(phen)_3]^{2+} + HCOOH + Br^- + 2CO_2 + 5H^+$　　[Step Ⅲ]

図１の電位振動から，酸化反応の方が還元反応よりも反応が速く進行することが分かる。この理由を上の反応式を用いて説明せよ。

問題〔7〕

動物の発生と進化に関する問１～問４に答えよ。

問１　以下の用語を簡潔に説明せよ。

(1) シンテニー

(2) 神経堤（神経冠）細胞

(3) 収束的伸長運動

(4) エピジェネティック制御

問２　ショウジョウバエの発生における背腹軸の確立と背腹軸に沿った領域の特異化の分子機構を，以下の用語を全て用いて説明せよ。

ドーサル，中胚葉，神経外胚葉，濾胞細胞，モルフォゲン，囲卵腔，卵母細胞

問３　旧口動物と新口動物の間に見られる背腹軸に沿った構造の逆転現象を，共通に使われる形態形成遺伝子の発現と機能から説明せよ。

問４　真核生物のゲノム中には，類似した複数の遺伝子からなる遺伝子ファミリーが存在する。これは進化過程で，遺伝子単位の重複が起きていることを示している。このような遺伝子重複が起きる機構を二つあげ，簡潔に説明せよ。また，遺伝子重複が進化に果たす役割について100字程度で説明せよ。

問題〔8〕

RNA に関する以下の問１～問４に答えよ。

問１　真核生物の mRNA の 5'末端には，3 段階の反応により 7-メチルグアノシン（キャップ構造）が付加される。この反応の過程を 100 字程度で説明せよ。

問２　tRNA は，遺伝情報の翻訳の際にコドンとアミノ酸の間を介在するアダプター分子である。tRNA の構造の特徴を 200 字程度で説明せよ。

問３　細胞内の tRNA が利用するアンチコドンの種類は，アミノ酸を指令するコドンの種類（61 種類）よりも大幅に少ない。少ない種類のアンチコドンで，tRNA がすべてのコドンに対応するしくみを 100 字程度で説明せよ。

問４　遺伝子が発現する過程において，RNA が触媒する反応を二つあげ，それぞれ 100 字程度で説明せよ。

問題〔9〕

代謝酵素の遺伝子発現に関する以下の文を読み，問１～問４に答えよ。

(A)代謝酵素をコードする遺伝子の発現は，その基質や生成物によって制御されている場合が多く，転写レベルの制御には調節遺伝子が介在する。下の表１は，(B)ある酵素の構造遺伝子 X が，酵素の生成物Ｐによってどのように転写制御されているのかを調べた実験の結果を示している。この実験で，野生株とともに用いられた二つの変異株では，遺伝子 Y と遺伝子 Z のどちらか一方が欠損し，その機能が失われている。これらの二つの遺伝子は，ともに遺伝子 X の調節遺伝子であり，その転写制御においてはトランスに作用することが分かっている。

表１

実験に用いた株	遺伝子 X の転写レベル（相対値） 生成物Ｐが存在する場合	遺伝子 X の転写レベル（相対値） 生成物Ｐが存在しない場合
野生株	0	100
遺伝子 Y の欠損変異株	0	0
遺伝子 Z の欠損変異株	98	101

問１　下線部 (A) に関して，このような遺伝子発現制御の生理学的意義を説明せよ。

問２　下線部 (B) に関して，このような実験にはレポーターアッセイが用いられることが多い。本実験を具体例として，その方法の概略を説明せよ。

問３　調節遺伝子 Y と Z の働きを介して，生成物Ｐが遺伝子 X の転写に影響を与えるスキームには二通りの可能性が考えられる。生成物Ｐを始点，遺伝子 X を終点として，想定される二つのスキームを下の例にならい図示せよ。

例：Ａ（始点）はＢを活性化し，ＢはＣ（終点）の働きを阻害もしくは抑制する場合。

$$A \rightarrow B \dashv C$$

問４　調節遺伝子 Y と Z の二重欠損変異株を用いて表１と同様の実験を行った場合，遺伝子 X の転写はどのようになると考えられるか。問３で解答した二つのスキームに即して，それぞれの場合について答えよ。

問題〔10〕

タンパク質間相互作用に関する問１と問２に答えよ。

問１　タンパク質は，同種あるいは異種のタンパク質が会合（タンパク質間相互作用）して生理作用を発現している場合が多い。生体内においてタンパク質が会合して生理作用を発現している例を一つあげ，その生理作用について説明せよ。

問２　以下のタンパク質間相互作用の解析手法をそれぞれ 200 字程度で説明せよ。

(1) Yeast two-hybrid 法

(2) 共免疫沈降法

(3) BiFC [bimolecular fluorescence complementation]法

(4) FRET [fluorescence (or Förster) resonance energy transfer]法

問題〔11〕

大腸菌ゲノムの複製開始に関する問１～問５について答えよ。

問１　ゲノムの複製開始に関わる複製開始タンパク，ヘリカーゼ，プライマーゼの名称をそれぞれ答えよ。

問２　複製開始タンパクの働きを説明せよ。

問３　レプリコンとは何か，説明せよ。

問４　大腸菌ゲノムサイズは4.6×10^6 bpであり，複製は約40分で完了する。これに基づき，DNA polymerase III holoenzymeのDNA合成速度（ヌクレオチド/秒）を求めよ。

問５　大腸菌ゲノムの複製開始領域をクローニングしたい。その実験の概略を200字程度で説明せよ。

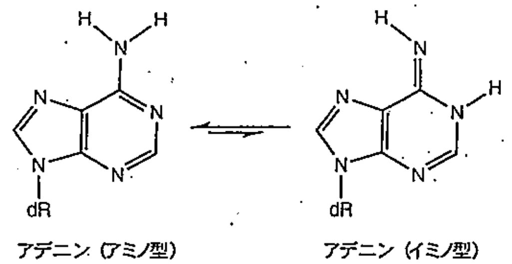
問題〔12〕

DNA の構造および突然変異に関する問１～問３に答えよ。

問１　DNA 二重らせんは条件により様々な構造をとることが知られている。B-DNA, A-DNA, Z-DNA の構造をそれぞれ簡潔に説明せよ。

問２　以下に示す遺伝子の突然変異をそれぞれ簡潔に説明せよ。
ミスセンス変異，ナンセンス変異，フレームシフト変異

問３　DNA 塩基の互変異性は突然変異の原因となる。アデニンのアミノ型とイミノ型の互変異性（下図）により引き起こされる突然変異誘発機構を説明せよ。



問題 [13]

原点 O を中心とする単位円周上に異なる2点 P, R をとる。ただし，3点 O, P, R は一直線上にないとする。2つのベクトル $\boldsymbol{p} = \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix}$ （点 P の位置ベクトル）と $\boldsymbol{r} = \begin{pmatrix} r \\ s \end{pmatrix}$ （点 R の位置ベクトル）に対して，行列 $A = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$ で表される1次変換を施すと，それぞれ，直線 OP 上と直線 OR 上に移されるとする。ただし，第一象限に取れる方を $\boldsymbol{p}$ とする。以下の問いに答えよ。

問1 $\boldsymbol{p}$, $\boldsymbol{r}$ を求めよ。

問2 任意の2次元ベクトル $\boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ が $\boldsymbol{p}$, $\boldsymbol{r}$ の1次結合で表されることを用いて，$A\boldsymbol{x}$ を x, y, $\boldsymbol{p}$, $\boldsymbol{r}$ を用いて表せ。

問3 問2の結果を用いて，$A^n\boldsymbol{x}$, $\mathrm{e}^A\boldsymbol{x}$ を計算し，これらを x, y, $\boldsymbol{p}$, $\boldsymbol{r}$ を用いて表せ。

問題 [14]

自然数 n に対して，関数 $g_n(a)$ を次の式で定義する。

$$g_n(a) = \int_0^1 \frac{\mathrm{d}x}{(x^2+a^2)^n} \qquad a > 0$$

以下の問いに答えよ。

問1 $g_1(1)$ の値を求めよ。

問2 部分積分法を用いて，漸化式 $2na^2 g_{n+1}(a) = (2n-1)g_n(a) + \dfrac{1}{(1+a^2)^n}$ を証明せよ。

問3 $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}a}g_n(a)$ を $g_{n+1}(a)$ を用いて表し，$\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}a}g_1(1)$ の値を求めよ。

問題 [15]

$t>0$ に対して，正値関数列（未知関数列）$\{p_k(t)\}_{k=0}^{\infty}$ が，次の微分・差分方程式

$$
\begin{aligned}
p_k'(t) &= \lambda p_{k-1}(t) - \lambda p_k(t) \\
p_0'(t) &= -\lambda p_0(t)
\end{aligned}
$$

$(k=1,2,3,\ldots)$ を満たしているとする。ただし，初期条件は

$$
p_k(0) = \begin{cases} 1, & (k=0 \text{ のとき}) \\ 0, & (k \neq 0 \text{ のとき}) \end{cases}
$$

である。また，t とは別の独立変数 $s>0$ に対して，２変数関数 $G(s,t)$ を

$$
G(s,t) = \sum_{k=0}^{\infty} p_k(t) s^k
$$

と定義する（$p_k(t)$ が正値なので，$G(s,t)$ も正値であることに注意）。以下の問いに答えよ。

問１　$G(s,0)$ の値を計算せよ。

問２　与えられた微分・差分方程式を用いて，$G(s,t)$ が満たす微分方程式を求めよ。

問３　問１と問２の結果を用いて，$G(s,t)$ の具体形を決定せよ。

問４　問３の結果から，各 k に対して，$p_k(t)$ を求めよ。

問題 [16]

実数値をとる未知関数 $\phi_1(t), \phi_2(t), \phi_3(t)$ は位相を表すものとし，値が $2n\pi$ (n は整数) だけずれても同じ状態を表すものと考えることで値域を $[0, 2\pi)$ の範囲に制限する。以下の問いに答えよ。

問 1 力学系

$$\begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}\phi_1}{\mathrm{d}t} = \omega_1 + \sin(\phi_2 - \phi_1 - \alpha) \\ \\ \dfrac{\mathrm{d}\phi_2}{\mathrm{d}t} = \omega_2 + \sin(\phi_1 - \phi_2 - \alpha) \end{cases}$$

(ω_1, ω_2 および $\alpha(0 \le \alpha < \frac{\pi}{2})$ は定数) を考える。このとき $\psi = \phi_1 - \phi_2$ に関する 1 次元力学系を求め，その固定点が存在する条件を $\Delta\omega = \omega_1 - \omega_2$ と α だけを用いて表せ。次に，$\Delta\omega = \sin 2\alpha$ の場合に固定点があるならば求め，その線形安定性を調べよ。

問 2 力学系

$$\begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}\phi_1}{\mathrm{d}t} = \sin(\phi_2 - \phi_1) + \sin(\phi_3 - \phi_1) \\ \\ \dfrac{\mathrm{d}\phi_2}{\mathrm{d}t} = \sin(\phi_3 - \phi_2) + \sin(\phi_1 - \phi_2) \\ \\ \dfrac{\mathrm{d}\phi_3}{\mathrm{d}t} = \sin(\phi_1 - \phi_3) + \sin(\phi_2 - \phi_3) \end{cases}$$

を考える。この力学系の固定点 $(\phi_1^*, \phi_2^*, \phi_3^*)$ を求めよ。ただし，$\phi_1^* = 0$ で $\phi_1^* < \phi_2^* < \phi_3^*$ の場合を考えよ。

問 3 問 2 で求めた固定点の線形安定性を調べ，最大固有値に対応する固有ベクトルを求めよ。

問題 [17]

ある生物個体群のサイズ $u(t)$ が次のロジスティック方程式に従っているとする。

$$\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} = ru\left(1 - \frac{u}{K}\right) \qquad (r,\ K : \text{正定数})$$

以下の問いに答えよ。

問 1　定数 r および K の持つ生態学的な意味を述べよ。

問 2　この方程式を，初期値 $u(0) = \dfrac{K}{2}$ の下で解け。

問 3　問 2 で求めた解 $u(t)$ が $u(t_1) = \dfrac{3}{4}K$ を満たすとき，$u(mt_1)$ を求めよ。ただし m は自然数とする。

問 4　この方程式のオイラー法による差分スキーム

$$\frac{u_{n+1} - u_n}{\delta t} = ru_n\left(1 - \frac{u_n}{K}\right)$$

を考える。$0 < u_0 < K$ であるとき，すべての $n \geq 0$ に対し $0 < u_n < K$ が成り立つためには，δt はどのような条件を満たさねばならないか。

問題 [18]

次の C 言語で書かれたプログラムを読み，以下の問いに答えよ。

```
#include <stdio.h>

int main(void)
{
    int a, n;

/* 自然数を入力する */
    printf("Input a positive integer : ");
    scanf("%d", &n);
    printf("\n");

/* メインパート */
    printf("%d = ", n);
    a = 2;
    while (a * a <= n)
    {
        if (n % a == 0)
        {
            printf("%d x ", a);
            n = n / a;
        }
        else
        {
            a++;
        }
    }
    printf("%d\n", n);
}
```

(注： 非負整数 a と 自然数 b に対し a % b は a を b で割ったときの剰余を表す)

問 1 420 を入力したとき，メインパートで出力される文字列を書け。

問 2 これは何をするプログラムか。

問 3 100 以下の自然数を入力したとき，while ループの中にある printf 文の実行回数の最大値はいくらか。またその実行回数の最大値を与える入力のうち，もっとも大きいものを求めよ。

問題 [19]

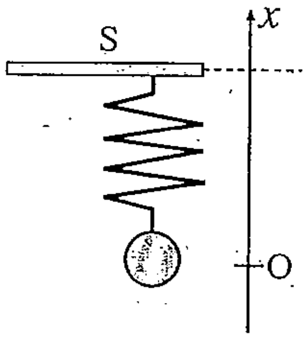
図のように棒 S にバネ定数 k の線形バネの一端が取り付けられており，その他端には質量 m の質点がつながれている。鉛直上向きを x 軸の正の方向とし，質点の釣り合いの位置を原点 O とする。また，時刻 t における質点の位置を $x(t)$ とする。質点にはバネの弾性力の他に速度に比例する空気抵抗力 $-\alpha\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$ が加わっているとする（ただし，$\alpha \geq 0$ は定数)。この問題では重力の影響は考えない。以下の問いに答えよ。

問 1 質点の運動方程式を書き下し，$\alpha = 0$ の場合にその一般解を求めよ。

問 2 系の力学的エネルギー $E = \dfrac{1}{2}m\left(\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right)^2 + \dfrac{1}{2}kx^2$ の時間微分を計算せよ。また、その結果を用いて $\alpha > 0$ の場合に系が $t \to \infty$ のときどのような挙動を取るか説明せよ。

問 3 次に，棒 S を動かして，その元の位置からの変位が鉛直方向に $\Delta x_s(t) = b\sin(\omega t)$ となる場合を考える。$\omega_0 = \sqrt{\dfrac{k}{m}}, \gamma = \dfrac{\alpha}{m}, c = \dfrac{bk}{m}$ とおき，質点の運動方程式を $\omega, \omega_0, \gamma, c$ だけを用いて表せ。

問 4 問 3 で求めた運動方程式の特解を $x^*(t) = A\sin(\omega t + \delta)(A, \delta$ 共に正の定数) とおく。$A, \tan\delta$ を $\omega, \omega_0, \gamma, c$ だけを用いて表し，ω を変えた時に振幅 A が極大値を持つための条件を ω_0 と γ を用いて表せ。また，その条件が満たされた時に極大値を与える ω の値を求めよ。



問題 [20]

以下の問いに答えよ。

問 1 電場 $\boldsymbol{E} = K\dfrac{\boldsymbol{R}}{R}$ を生じる電荷分布を求めよ。ただし，$\boldsymbol{R}$ は原点からの位置ベクトルであり，$R = |\boldsymbol{R}|$ である。また，K は定数とする。

問 2 一様磁場 $\boldsymbol{B}$ の中に，金属円柱がその中心軸を磁場と平行に置かれ，中心軸のまわりを一定の角速度 ω で回転している。このとき，金属円柱内に生じる電荷分布を求めよ。

問題 [21]

長さ 1 の素片 N (偶数) 個からなる鎖がある。図のように各素片の端点は隣接する素片の端点とつながっており，鎖全体の端点を A および B で表す。外場がなく，かつ，両端が拘束されていない場合，各素片は，おのおの 1/2 の確率で、右水平方向 (図では右向き矢印で表現)，もしくは，左水平方向 (図では左向き矢印で表現) に向くとする。また，系全体は十分に大きい熱浴に接し，温度 T に保たれている。Boltzmann 定数を k とし，以下の問に答えよ。

問 1 鎖の両端 AB 間の距離を $L(0 \leq L \leq N)$ とした場合のエントロピーと Helmholtz の自由エネルギー を求めよ。
(ただし，$N, L, N-L$ は、1 より十分大きいとして，これらの量を近似するために，Stirling の公式 $\log x! \sim x(\log x - 1)$ を使ってよい。また，$L/N \ll 1$ として，L/N の最低次まで考慮せよ。以下の問でも同様とする。)

問 2 鎖の両端 AB 間の距離を L に保つために必要な力の大きさを求めよ。

問 3 水平方向の磁場 H を系全体にかける。鎖の各素片は 絶対値 μ の磁気モーメントを有し，右水平方向に向いたときに $-\mu H$，左水平方向に向いたときに μH の磁気エネルギーを持つ。このとき，鎖の両端 AB 間の自然長 L_0 を求めよ。さらに，鎖の両端間の距離を $L > L_0$ に保つために必要な力の大きさを求めよ。