平成２８年度　広島大学大学院理学研究科入学試験問題

数理分子生命理学専攻	専門科目

平成２７年8月２７日　　１３：３０ ～ １６：３０

注 意 事 項

(1) 以下の用紙が配布されている。
問題用紙（表紙を含む）　１９枚
解答用紙（表紙を含む）　５枚
下書用紙　１枚

(2) 問題は数学一般, 物理学, 化学, 生物学分野から合計２０題ある。この中から４題を選択し, 解答せよ。

(3) 解答用紙の表紙に受験番号と選択した問題の番号を記入せよ。

(4) 解答は問題ごとに別々の解答用紙を用い, それぞれの解答用紙に選択した問題番号と受験番号を記入し解答せよ。紙面が不足した場合は裏面も使用してよい。

(5) 下書用紙に受験番号を記入せよ。

(6) 試験終了時には, すべての解答用紙および下書用紙を提出すること。

問題［１］

タンパク質構造に関する以下の問１～問５に答えよ。

問１　タンパク質を構成するアミノ酸のうち，pH 7.5 の溶液条件で側鎖が正の電荷を帯びているアミノ酸すべてを３文字表記で列挙し，それぞれ側鎖の構造式を記せ。

問２　タンパク質中のヒスチジン残基側鎖は，溶液の pH に応じて３つの異なる状態をとる。ヒスチジン残基側鎖がとることができる３つの状態を構造式で記せ。

問３　タンパク質の立体構造形成には，水素結合が重要な役割をはたす。タンパク質の二次構造であるβシート構造は，水素結合パターンの違いにより二つの型に分類される。それぞれの型のβシート構造を形成する主鎖原子間の水素結合ネットワークを，構造式を使って記せ。

問４　タンパク質中の側鎖間には，塩結合とよばれる化学結合が形成されることがある。二つの異なるアミノ酸側鎖間で形成される塩結合の例を構造式を使って記せ。

問５　一般的に，水素結合および塩結合はタンパク質構造内部にある方が，タンパク質の表面にある場合よりも安定であることが知られている。その理由を簡潔に記せ。

問題［2］

反応中間体Cが原料A, Bと平衡反応でありながら，Cの一部分が生成物Pに移行するような次の(1)式で表される反応スキームを考える。これについて以下の問1～問4に答えよ。

$$A + B \underset{k_a'}{\overset{k_a}{\rightleftharpoons}} C \overset{k_b}{\longrightarrow} P \qquad (1)$$

問1　PとCについて，生成速度を反応速度定数 k_a，k_a'，k_b とA，B，Cの濃度を用いてそれぞれ表せ。

問2　定常状態の近似によりPの生成速度を k_a，k_a'，k_b とA，Bの濃度を用いて表せ。

問3　k_b が k_a' より十分小さいとき，Pの生成速度を k_a，k_a'，k_b とA，Bの濃度を用いて表せ。さらにこれを原料A, Bと中間体Cが平衡状態である場合の平衡定数 K_1 を用いて表せ。

問4　一酸化窒素の酸化反応は，次のスキームで示される。

$$2\,NO\ (g) \rightleftharpoons N_2O_2\ (g) \qquad (2)$$

$$N_2O_2\ (g) + O_2\ (g) \longrightarrow 2\,NO_2\ (g) \qquad (3)$$

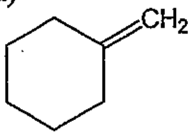
(2)式の平衡定数を K_2 として，NO_2 の生成速度を(1)式の場合にならって求め，何次反応になるかを答えよ。

問題 [3]

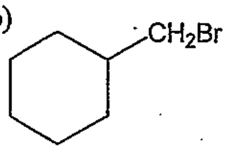
以下の問1と問2に答えよ。

問1　化合物 (a) ～ (f) をシクロヘキサノンから合成するための反応スキームを説明せよ。

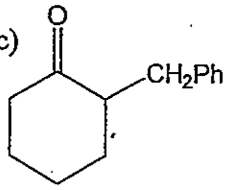
(a)



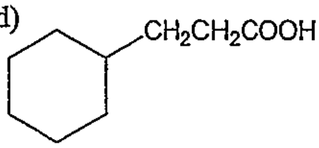
(b)



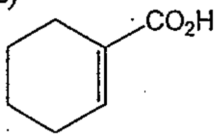
(c)



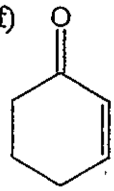
(d)



(e)



(f)



問2　グルコースはグルコースイソメラーゼによって，フルクトースに異性化する。この反応機構を電子の動きとともに説明せよ。なお，酸・塩基が必要であればそれらを用いてもよい。

問題［4］

ゼロでない圧力に対して，完全気体と実在気体のそれぞれをジュール−トムソン膨張させた。定圧熱容量 C_p，エンタルピーH，圧力 p，温度 T，エントロピーS，体積 V，物質量 n，ファンデルワールス係数 b，気体定数 R，ジュール−トムソン係数μとして，以下の問１～問６に答えよ。

問１　膨張の結果，気体の温度はどのように変化するか。完全気体と実在気体のそれぞれについて説明せよ。

問２　実在気体をジュール−トムソン膨張させたときに生じる温度変化の理由を説明せよ。

問３　変数 A, B, C について，オイラーの連鎖式が$\left(\frac{\partial A}{\partial B}\right)_C\left(\frac{\partial C}{\partial A}\right)_B\left(\frac{\partial B}{\partial C}\right)_A=-1$，転置の式が

$\left(\frac{\partial A}{\partial B}\right)_C=\frac{1}{\left(\frac{\partial B}{\partial A}\right)_C}$ と表されるとき，$\mu=\left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_H$ を C_p と $\left(\frac{\partial H}{\partial p}\right)_T$ を使って表せ。導出過程

も記せ。

問４　エンタルピーの微小変化 dH をエントロピーの微小変化 dS と圧力の微小変化 dp を使って表せ。導出過程も記せ。

問５　問４の結果とマクスウエルの関係式$\left(\frac{\partial S}{\partial p}\right)_T=-\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p$ を用いて，問３で得られたμをすべて実測が容易な変数 C_p, V, T, p を使って表せ。導出過程も記せ。

問６　状態方程式 $p(V-nb)=nRT$ にしたがう気体をジュール−トムソン膨張させたとき，気体の温度はどのように変化するか。問５の結果を用いて説明せよ。

問題［５］

分子の構造と光吸収の関係に関する以下の問１～問３に答えよ。

問１　エチレン，ブタジエンおよびヘキサトリエンの第一吸収帯の波長は，165，217，及び268 nm である。これら３つの分子の結合性軌道と反結合性軌道，そしてエネルギーの大小関係を図示し，エチレン，ブタジエン，ヘキサトリエンの順に吸収波長が長くなる理由を説明せよ。

問２　ヘキサフェニルエタンの固体は無色の物質であるが，室温で無極性溶媒に溶解するとＣＣ結合を解離して，安定なラジカルを形成し，溶液は黄色に変化する。通常のＣＣ結合の結合エネルギーは348 kJ/mol であるにもかかわらず，ヘキサフェニルエタンが室温で結合解離する理由を説明せよ。またこの無色の物質がラジカルになると可視光領域に強い吸収をもつ理由を説明せよ。なお説明には構造式を用いること。

問３　アゾベンゼンの構造異性体にはシス体とトランス体があり，波長370 nm の光を照射すると無色のトランス体からオレンジ色のシス体に，波長450 nm の光を照射するとシス体からトランス体に光異性化することが知られている。図１はトランス体のアゾベンゼン誘導体の吸収スペクトルである。このサンプルに波長370 nm の光を照射した場合の吸収スペクトルの時間変化（１分後，２分後，３分後）を図示せよ。なお，このアゾベンゼン誘導体は，照射３分後に全てシス体になるとする。

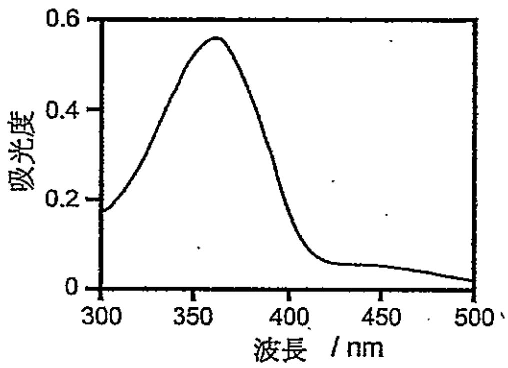


図１　トランス体のアゾベンゼン誘導体の吸収スペクトル

問題［6］

緩衝液に関する問１～問３に答えよ。

問１　以下の用語(1)～(5)を簡潔に説明せよ。

(1) 共役塩基

(2) pK_a

(3) ヘンダーソン・ハッセルバルヒの式

(4) アルカローシス

(5) 炭酸脱水酵素

問２　以下の組み合わせ(1)～(6)のなかで，緩衝系をつくることができるものを番号で答えよ。また，その理由を説明せよ。

(1) NH_4Cl, NH_3　(2) CH_3COOH, HCl　(3) H_2CO_3, Na_2CO_3　(4) $H_2CO_3, NaHCO_3$

(5) H_3PO_4, Na_3PO_4　(6) NaH_2PO_4, Na_3PO_4

問３　以下の液体 10 ml に 100 mM の塩酸を 1.0 ml 加えた時の pH を求めよ。酢酸の pK_a は 4.76 とする。必要であれば，$\log 1.1 = 0.041, \log 6.7 = 0.826, \log 9.1 = 0.959$ を用いよ。

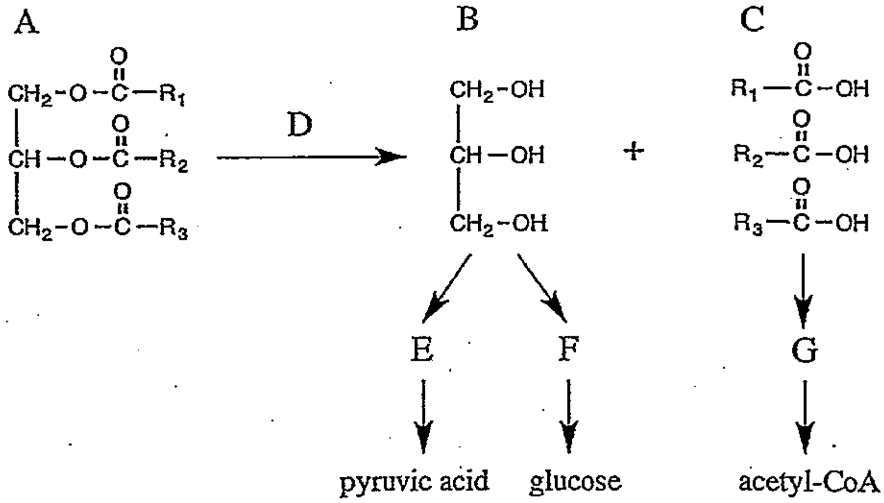
(1) 純水

(2) 50 mM 酢酸と 50 mM 酢酸ナトリウムの混合水溶液

問題［7］

脂肪の分解に関する問1～問4に答えよ。

問1　脂肪の分解と生成物の代謝経路を，以下のスキームで示す。物質A～C，酵素D，代謝経路E～Gの名称を答えよ。



問2　代謝経路Eの概要を説明せよ。

問3　代謝経路Fの概要を説明せよ。

問4　代謝経路Gの概要を説明せよ。

問題［8］

動物の発生に関する問1～問3に答えよ。

問1　以下の用語(1)～(5)を簡潔に説明せよ。

(1) 極細胞質
(2) ランプブラシ染色体
(3) 中期胞胚遷移
(4) 接着結合
(5) ゲノム編集

問2　発生に必要な遺伝子群には，遺伝子の発現を制御する転写調節因子をコードする遺伝子が含まれる。ある転写調節因子が，直接的に制御する遺伝子群を網羅的に解析する方法を一つあげ，その方法の原理について説明せよ。

問3　アフリカツメガエルの背腹軸の決定機構を，以下の用語をすべて用いて説明せよ。用語は何回用いてもよい。用いた用語にはアンダーラインをつけること。

表層回転，受精，ディシュベルド，精子，β-カテニン，動物半球，植物極

問題［9］

真核生物の遺伝子発現に関する問１～問４に答えよ。

問１　RNA ポリメラーゼⅠによる転写と RNA ポリメラーゼⅡによる転写の相違点を，以下の(1)～(4)の点についてそれぞれ説明せよ。

(1) 転写の対象とする遺伝子
(2) 転写を行う場所
(3) 基本転写因子の構成
(4) 成熟 RNA の構造

問２　RNA ポリメラーゼⅠ，ⅡおよびⅢによる転写の共通点について，基本転写因子に焦点を絞って説明せよ。

問３　以下の(1)と(2)の現象は，細胞の核と細胞質のどちらでおこるか答えよ。また，それぞれの分子機構について簡潔に説明せよ。

(1) RNA スプライシング
(2) miRNA によるタンパク質合成の阻害

問４　翻訳における終止コドンをすべて答えよ。また，翻訳終結の分子機構を簡潔に説明せよ。

問題［10］

発酵に関する文を読み，問１～問５に答えよ。

一般に発酵とは，微生物を利用して飲食物や人間生活に役立つさまざまな有機化合物を製造する過程として知られている。乳酸発酵やエタノール発酵はその代表例で，ともにピルビン酸から発酵産物を生成する(図１)。(A)乳酸発酵では，ピルビン酸から乳酸デヒドロゲナーゼ(LDH)のはたらきにより乳酸がつくられるが，エタノール発酵では，ピルビン酸の脱炭酸反応により生じたアセトアルデヒドが，アルコールデヒドロゲナーゼ（ADH）によりエタノールへ変換される。

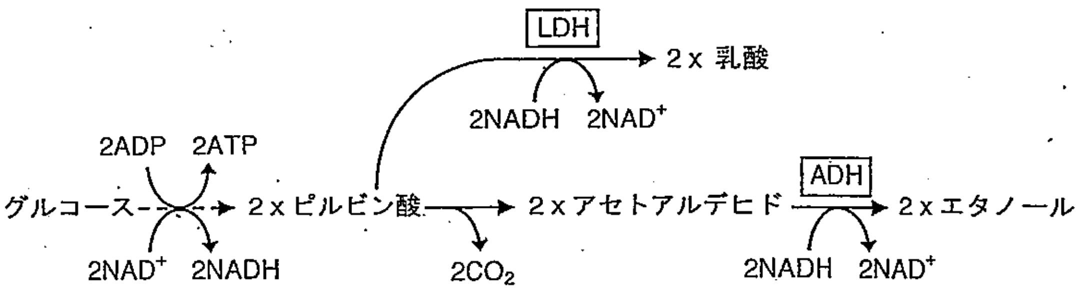


図１
（グルコースからピルビン酸に至る経路の詳細や，ADH・LDH 以外の酵素は省略）

発酵の生物学的意義は，多様な発酵産物の生成にあるわけではない。植物において乳酸発酵やエタノール発酵は，(B)ある極限環境におかれた根のエネルギー生成手段であり，根の機能の維持や個体の生存に重要な役割を担う。そのような極限環境に直面したトウモロコシの根の細胞では，まず乳酸発酵が誘導され，その後エタノール発酵に切り替わる。(C)エタノール発酵できない変異株がこの極限環境にさらされると，乳酸発酵を誘導しこれを継続するが，野生株よりも早期に根の機能を失い死んでしまう。このため，(D)発酵の誘導とその様式の切り替えは，この極限環境において重要な代謝制御と考えられている。

問１　LDH や ADH の酵素活性は，分光学的手法にもとづき簡便に測定できる。その測定原理を説明せよ。

問２　下線部(A)について，LDH や ADH による触媒反応が発酵において担う役割の意義を説明せよ。

問３　下線部(B)について，この場合の極限環境として具体的にどのような環境条件が考えられるか，理由とともに説明せよ。

問４　下線部(C)に関連して，変異株で早期に根の機能が失われるのは細胞が死ぬためであるが，そのメカニズムを考察し説明せよ。

問５　下線部(D)に関連して，アルコール発酵は乳酸発酵と比較してどのような利点をもつと考えられるか，理由とともに説明せよ。

問題［11］

光合成に関する問１～問３に答えよ。

問１　C３植物の光合成における循環的電子伝達（cyclic electron transport）について，以下の問いに答えよ。

(1) 循環的電子伝達の機能を説明せよ。
(2) 非循環的電子伝達（non-cyclic electron transport）との違いを説明せよ。

問２　光合成ステート遷移（state transition）について，以下の問いに答えよ。

(1) ステート遷移について説明せよ。
(2) ステート遷移が生じる機構について説明せよ。

問３　高等植物細胞のクロロフィル *a* とクロロフィル *b* の存在比を調べることで何がわかるか，理由とともに説明せよ。

問題 [12]

3×3 行列 L は，パラメーター a, s, t を用いて

$$L = \begin{pmatrix} 0 & a & 4 \\ s & 0 & 0 \\ 0 & t & 0 \end{pmatrix}$$

によって与えられている。$\lambda_1 = 6$ は L の固有値であり，対応する L の固有ベクトルは $\boldsymbol{v}_1 = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ である。以下の問いに答えよ。

問1 パラメーター a, s, t の値を決定せよ。

問2 L の他の固有値 λ_2 と λ_3 ($\lambda_2 > \lambda_3$) を求め，対応する固有ベクトル

$$\boldsymbol{v}_2 = \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ 3 \end{pmatrix}, \qquad \boldsymbol{v}_3 = \begin{pmatrix} x_3 \\ y_3 \\ 3 \end{pmatrix}$$

を決定せよ。

問3 ベクトルを $\boldsymbol{v} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \alpha \boldsymbol{v}_1 + \beta \boldsymbol{v}_2 + \gamma \boldsymbol{v}_3$ と表すとき，α を x, y, z を用いて表せ。

問4 ベクトル $\boldsymbol{v}$ に対して，極限ベクトル

$$\lim_{n \to \infty} 6^{-n} L^n \boldsymbol{v}$$

を x, y, z を用いて表せ。

問題 [13]

$f(x)$ は偶関数で周期 2π の周期関数とする。また，$g_n(x)=\sum_{j=0}^{n} a_j \cos jx$ とする。
以下の問いに答えよ。

問1 積分 $I_{j,k}=\int_{-\pi}^{\pi}\cos jx\cos kx\,dx$ (j,k は 0 以上の整数) を計算せよ。

問2 係数 a_j の変化に対して $R=\int_{-\pi}^{\pi}\{f(x)-g_n(x)\}^2\,dx$ が極値を取るように $a_j\ (j=0,\cdots,n)$ の値を定めよ。

問3 $f(x)$ は区間 $(-\pi,\pi]$ 上で $f(x)=x^2$ で与えられている。このとき a_j を問2の条件を満たすように定めると $f(x)=\lim_{n\to\infty}g_n(x)$ が成立する (証明不要)。これを用いて $\sum_{j=1}^{\infty}\frac{1}{j^2}$ を計算せよ。

問題 [14]

関数 $f_a(x)=\frac{1}{\pi}\frac{a}{x^2+a^2}\quad(a\geq 0)$ について，以下の問いに答えよ。

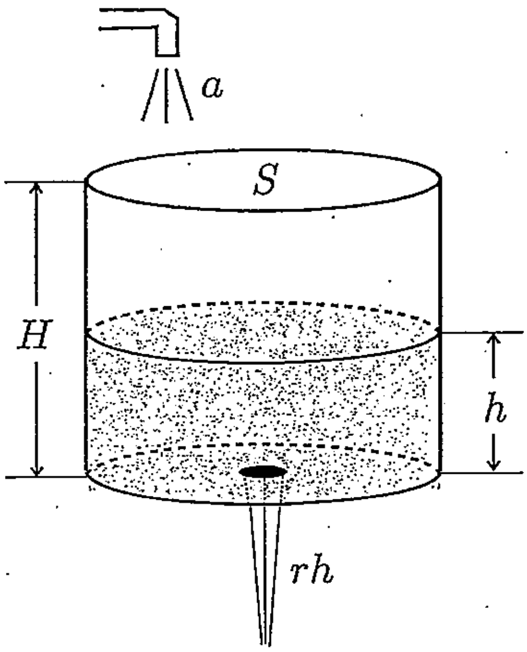
問1 積分 $\int_{-\infty}^{\infty}f_a(x)dx$ を複素積分を用いて計算せよ。

問2 複素関数 $F(z)$ は $|z|\to\infty$ で有界であるとする。また $F(z)$ は1位の極 $z=z_n\quad(n=1,2,\cdots,N;\ \mathrm{Im}\,z_n\neq 0)$ 以外では正則であり，$z=z_n$ における留数は r_n であるとする。この $F(z)$ に対し，

$$I_a=\int_{-\infty}^{\infty}f_a(x)F(x)dx$$

とおくとき，I_a を計算し，$\lim_{a\to 0}I_a$ を求めよ。

問題 [15]



図のような断面積 S，高さ H の円筒形の容器がある。その中に水が入っており，容器底面から測った水面の高さを h とする。この容器には単位時間当たり a という体積の水が供給されている（a は正の定数）。また，単位時間当たりに排水される水の体積が rh であるような排水口が，容器の底面中央に取り付けられている（r は正の定数）。以下の問いに答えよ。

問 1　h に関する微分方程式を立て，それを解け。（解くに際しては，容器の上端から水があふれることは無視してよい。）ただし，時刻 $t=0$ において $h=\dfrac{H}{2}$ であるとする。

問 2　容器の上端から水があふれ出すための条件を求めよ。

問 3　問 2 の条件が満たされているとする。容器の上端から水があふれる直前に給水を止めて，水面の高さが $\dfrac{H}{2}$ まで減少すると同時に給水を再開するとする。このとき，h の時間変化のグラフを 2 周期分，できる限り正確に描け。

問 4　問 3 の状況において，h が $\dfrac{H}{2}$ から H まで増加するのにかかる時間 T_1 と，H から $\dfrac{H}{2}$ まで減少するのにかかる時間 T_2 の間に $T_1 < T_2$ という関係が成立するための条件を求めよ。

問題 [16]

細胞内に化学成分 U と V が存在し，時刻 t における濃度がそれぞれ $u(t)$，$v(t)$ であったとする。$u(t)$，$v(t)$ は細胞内での反応により，以下の式に従って変化するとする。

$$\frac{du}{dt} = auv - bu \tag{1}$$

$$\frac{dv}{dt} = v(1-v) - auv \tag{2}$$

ただし a, b は正の定数とする。

問1 (1) 式は，細胞内でどのような反応がどのような頻度で起きている事を表しているのか，説明せよ。

問2 $u_0, v_0 > 0$ であるような平衡点 (u_0, v_0) が存在するための条件を求めよ。また，そのときの u-ヌルクライン，v-ヌルクラインを u-v 平面に図示せよ。

問3 問2の条件が満たされているとき，平衡点 $(\bar{u}, \bar{v})$ （ただし $\bar{u}, \bar{v} \geq 0$）をすべて求め，その安定性を判定せよ。

問題 [17]

以下のような，区間 [0,1] における拡散方程式の初期値境界値問題を考える。

$$\frac{\partial u}{\partial t}=\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \qquad 0<x<1,\ t>0$$

$$\frac{\partial u}{\partial x}(0,t)=\frac{\partial u}{\partial x}(1,t)=0 \qquad t>0$$

$$u(x,0)=f(x) \qquad 0<x<1$$

以下の問いに答えよ。

問1 この初期値境界値問題の解 $u(x,t)$ に対し，$U(t)=\int_0^1 u(x,t)dx$ と定義すると，$U(t)$ は t によらないことを示せ。

問2 初期値 $f(x)=\cos\pi mx$ $(m=0,1,2,\cdots)$ に対する解を $u_m(x,t)$ とする。$u_m(x,t)=a_m(t)\cos\pi mx$ と置くことにより $u_m(x,t)$ を求めよ。また，モード数 m と解 $u_m(x,t)$ の減衰の速さの関係について述べよ。

問3 $f(x)=1+3\cos\pi x-\cos 2\pi x$ のとき，$u(x,t)$ を求めよ。

問4 $f(x)=x^2(3-2x)$ のとき，$\bar{u}(x)=\lim_{t\to\infty}u(x,t)$ を求めよ。

問題 [18]

```
#include <stdio.h>
#define N 1000

int main(void)
{
    int m, k, x[N+1];

    for (m = 1; m <= N; m++)
    {
        x[m] = 0;
    }

    for (m = 1; m <= N; m++)
    {
        for (k = m; k <= N; k = k + m)
        {
            x[k] = x[k] + 1;
        }
    }

    /* 出力 */
    for (m = 1; m <= N; m++)
    {
        printf(" x[%d] = %d\n", m, x[m]);
    }
}
```

上のC言語で書かれたプログラムを読み，以下の問いに答えよ。問２以降に関しては理由も記述せよ。

問１ このプログラムで出力される初めの１０行を書け。(答案としては改行を無視して横に並べて書いてよい。)

問２ x[m] として 2 が出力されるような m はどのような数か。

問３ x[m] として奇数が出力されるような m はどのような数か。

問４ x[m] として 14 が出力されるような m はいくつあるか。

問題 [19]

質量 m，固有振動数 ω をもつ N 個の1次元調和振動子が，温度 T の熱浴に接している。ただし，ボルツマン定数を k_B，プランク定数を h とする。以下の問いに答えよ。

問1　古典的分配関数を求めよ。

問2　量子的分配関数を求めよ。またその古典極限を求めよ。

問3　量子的分配関数を用いて，この系の熱容量 C とエントロピー S を求めよ。

問題 [20]

ハミルトニアン

$$H = \frac{p^2}{2m} + \frac{m\omega^2}{2}x^2$$

で表される一次元調和振動子を考える。ただし，p は運動量の演算子, x は位置変数, m は質量，ω は角振動数を表す。以下の問いに答えよ。

問1 次のように定義される生成演算子 $a^\dagger$ と 消滅演算子 a を使って上のハミルトニアンを書き直せ。ただし，$\hbar = \dfrac{h}{2\pi}$ (h：プランク定数) とする。

$$\begin{aligned} a &= \sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}}\,x + i\sqrt{\frac{1}{2m\omega\hbar}}\,p \\ a^\dagger &= \sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}}\,x - i\sqrt{\frac{1}{2m\omega\hbar}}\,p \end{aligned}$$

問2 上のハミルトニアンに関する規格化された固有状態をエネルギーの低い順に $|k\rangle$ $(k = 0, 1, 2, \dots)$ と表す。ここで,

$$\begin{aligned} a|k\rangle &= \sqrt{k}|k-1\rangle & (k \geq 1) \\ a|k\rangle &= 0 & (k = 0) \\ a^\dagger|k\rangle &= \sqrt{k+1}|k+1\rangle & (k \geq 0) \end{aligned}$$

の関係を使って，基底状態 $|0\rangle$ と第1励起状態 $|1\rangle$ の固有エネルギーを求めよ。

問3 基底状態 $|0\rangle$ における x の期待値 $\langle x\rangle$ と p の期待値 $\langle p\rangle$ を求めよ。

問4 基底状態 $|0\rangle$ における $(\delta x)^2 \equiv (x - \langle x\rangle)^2$ の期待値 $\langle(\delta x)^2\rangle$ と $(\delta p)^2 \equiv (p - \langle p\rangle)^2$ の期待値 $\langle(\delta p)^2\rangle$ を求めよ。

問5 上の議論をもとに，一次元調和振動子の固有状態 $|k\rangle$ における運動量と位置の間の不確定性関係を求めよ。