平成２７年度　広島大学大学院理学研究科入学試験問題

数理分子生命理学専攻	専門科目

平成２６年8月２８日　１３：３０～１６：３０

注　意　事　項

(1) 以下の用紙が配布されている。

問題用紙（表紙を含む）	１８枚
解答用紙（表紙を含む）	５枚
下書き用紙	１枚

(2) 問題は数学一般，物理学，化学，生物学分野から合計２０題ある。これらの中から４題を選択し，解答せよ。

(3) 解答用紙の表紙に受験番号と選択した問題の番号を記入せよ。

(4) 解答は問題ごとに別々の解答用紙を用い，それぞれの解答用紙に選択した問題番号と受験番号を記入し解答せよ。紙面が不足した場合は裏面を使用してよい。

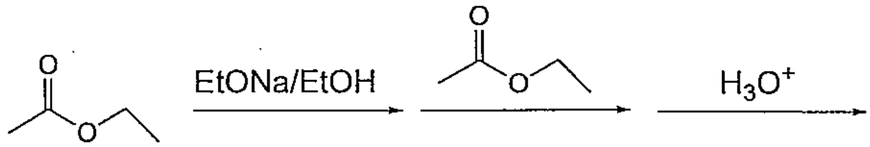
(5) 解答用紙および下書き用紙の全てに受験番号を記入せよ。

(6) 試験終了時には，全ての解答用紙および下書き用紙を提出すること。

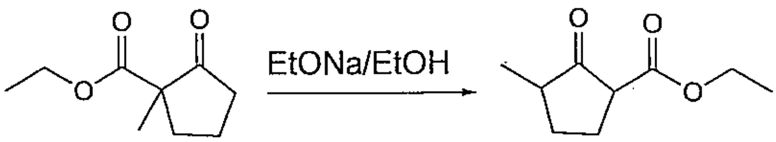
問題［1］

問1と問2に答えよ。

問1　以下に示す酢酸エチル2分子の縮合反応において，酢酸エチル，エタノール，置換生成物のおよその pK_a 値を示し，この反応が進行しやすい理由を pK_a 値の観点から説明せよ。



問2　以下の反応の反応機構を，安定なアニオンが生成することに留意し，電子の動きを矢印で示して説明せよ。



問題［２］

次の文を読み，問１～ 問４に答えよ。

空気の存在しない条件下で，アセトアルデヒドは次の化学反応式に従って熱分解する。

$$CH_3CHO\,(g) \longrightarrow CH_4\,(g) + CO\,(g)$$

この反応は連鎖反応であり，次の素反応で構成される反応機構が提案されている。

連鎖開始： $CH_3CHO \xrightarrow{k_1} CH_3 + CHO$

連鎖成長： $CH_3CHO + CH_3 \xrightarrow{k_2} CH_3CO + CH_4$

連鎖成長： $CH_3CO \xrightarrow{k_3} CH_3 + CO$

連鎖停止： $CH_3 + CH_3 \xrightarrow{k_4} CH_3CH_3$

問１　各素反応の反応速度を，反応速度定数 k_1 ～ k_4 と各物質の濃度を用いた式で示せ。

問２　この熱分解反応の中間体をすべてあげよ。

問３　定常状態の近似により，連鎖開始の反応速度と連鎖停止の反応速度との関係を導け。なお，CHO に関しては CO と副生成物である H_2 を生じるが，ここでは取扱いを単純化するために CHO は無視することとする。

問４　この分解反応のアセトアルデヒドに対する反応次数を求めよ。

問題［3］

分子軌道に関する問１～問５に答えよ。

問１　図１は，H_2^+の分子軌道のエネルギーを水素原子の原子軌道とともに示している。図を参考にして，電子のスピンの向きを矢印で明記したうえで，水素原子軌道およびH_2^+の分子軌道中の電子配置を記せ。

問２　H_2^+に特定のエネルギーをもつ電磁波を照射すると $H_2^+ \rightarrow H + H^+$ という分解反応が起こる。この分解反応が起こる理由を分子軌道の概念を用いて説明せよ。

問３　Li_2の分子軌道における電子配置を，Li 原子軌道の電子配置とともに記せ。電子のスピンの向きも明記すること。

問４　NO 分子の分子軌道における電子配置を，窒素原子軌道および酸素原子軌道における電子配置とともに記せ。ただし，2s 軌道以上の高エネルギー軌道のみを記せばよい。電子のスピンの向きも明記すること。

問５　NO 分子が常磁性をもつ理由を問４で記した分子軌道にもとづいて説明せよ。

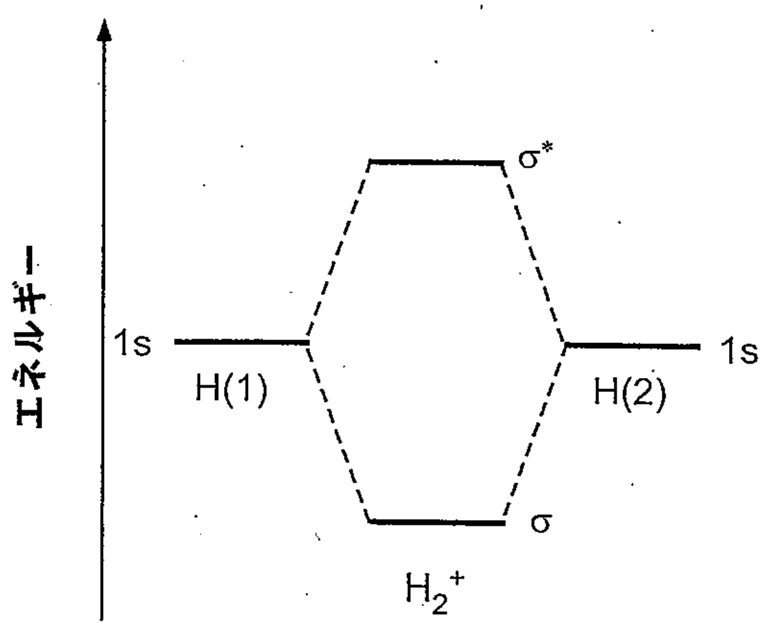
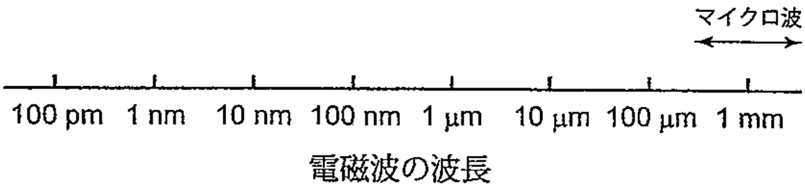


図１　H_2^+の分子軌道と水素原子軌道

問題［4］

電磁波に関する問1～問4に答えよ。

問1　解答用紙に下の図を描き，赤外線，紫外線，可視光線，X 線，及びγ線の波長領域をマイクロ波の例にならって表せ。



問2　波長 500 nm の光子 1 モルあたりのエネルギーを，プランク定数 h (= 6.6×10^{-34} J s) と光速 c (= 3×10^{8} m s^{-1}) を用いて計算せよ。なお，計算過程と次元も示すこと。

問3　ナトリウムのD線において，最外殻電子が基底状態から励起状態に遷移する過程について，エネルギー準位図を用いて説明せよ。また，このD線が 589.0 nm と 589.6 nm の 2 本に近接して分裂する理由を説明せよ。

問4　赤外分光法では，二原子分子の振動をバネの振動とみなし，バネ定数 k の大きさを結合の強さとみなす。換算質量 μ をもつ分子が振動数 f で振動する場合，f は(1)式で表される。

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{\mu}} \qquad (1)$$

単振動の運動方程式から(1)式を導け。

問題［5］

実在気体に関する問1～問5に答えよ。

問1　圧力p，モル体積V_{m}，気体定数R，絶対温度Tを用いて，圧縮因子Zを表せ。

問2　ある圧力pで$0<Z<1$の場合，(1) 実在気体にどのような分子間力が働くか，(2) モル体積V_{m}は理想気体の場合と比べるとどうなるか，それぞれ説明せよ。

問3　内部エネルギーUを用いて，ある温度Tにおける内圧π_{T}を偏導関数で表せ。

問4　内圧π_{T}の値が正の場合，実在気体にどのような分子間力が働くか，内部エネルギーUの変化とともに説明せよ。

問5　ファンデルワールスの状態方程式は次の通りである。

$$\left\{p+a\left(\frac{n}{V}\right)^2\right\}(V-nb)=nRT$$

このファンデルワールスの状態方程式は，理想気体の状態方程式を実在気体の挙動に合うように係数aとbを使って補正したものである。係数aとbは，実在気体のどのような性質を反映しているかそれぞれ説明せよ。

問題［6］

問１と問２に答えよ。

問１　タンパク質および酵素に関する次の用語をそれぞれ簡潔に説明せよ。

(1) 四次構造
(2) 等電点
(3) 塩析
(4) アポ酵素
(5) 代謝回転数

問２　糖質に関する問いに答えよ。

(1) グルコースの分子式は $C_6H_{12}O_6$ である。5 分子のグルコースが脱水反応で重合したオリゴマーの分子式を答えよ。

(2) 二糖類を二つあげ，その名称を答えよ。

(3) 植物が合成するアミロース（デンプンの一種）とセルロースを比較し，構造的および機能的な違いを簡潔に述べよ。

(4) 解糖の全反応収支は下記の反応式で与えられる。空欄 a, b, c にあてはまる最も適当な分子を答えよ。

$$\text{グルコース}(C_6H_{12}O_6) + 2\,ADP + 2\,\boxed{\ a\ } + 2\,Pi \longrightarrow 2\,\boxed{\ b\ } + 2\,ATP + 2\,\boxed{\ c\ } + 2\,H^+ + 2\,H_2O$$

(5) グルコースを CO_2 と H_2O に完全に酸化できる細胞では，酸素存在下よりも酸素非存在下の方がグルコースを速く消費する。解糖の主要律速酵素であるホスホフルクトキナーゼ 1 が AMP と ATP により逆の制御を受けるアロステリック酵素であることに注目し，酸素存在下および非存在下におけるグルコース消費速度の違いを説明せよ。

(6) 27°Cにおける 0.10 M グルコース水溶液の浸透圧（atm）を求めよ。
気体定数は 0.082 L atm mol^{-1} K^{-1} とする。

問題［７］

問１と問２に答えよ。

問１　記述(a)〜(i)の正誤を答えよ。また，誤っているものについては，その理由も簡潔に説明せよ。

(a)　ヒトゲノムの反復配列の割合は約 10%，エキソンの割合は約 1.5%である。

(b)　B 型 DNA 二重らせんでは，チミンのメチル基はマイナーグルーブ(副溝)に突き出ている。

(c)　生細胞では，通常，クロマチンは糸に通したビーズのように伸びた形をしている。

(d)　ヒストンバリアントは，既に形成されたクロマチンにしばしば挿入される。CENP-A は，テロメア特異的なヒストン H3 バリアントである。

(e)　両生類のランプブラシ染色体では，ループ内にある遺伝子は活発に転写されているが，残りのほとんどの DNA は凝縮した染色小粒中にあり，一般に転写されていない。

(f)　有糸分裂期染色体において，それぞれの染色分体は，コヒーシンの働きにより中心軸から広がるクロマチンループとして組織化される。

(g)　複製バブルにおいて，一つの親鎖は，一方の複製フォークでリーディング鎖合成の鋳型となり，他方の複製フォークでラギング鎖合成の鋳型となる。

(h)　真核生物の染色体から一つの複製起点を取り除くと，その両側が複製されないため，複製起点の周りの DNA が失われる。

(i)　トポイソメラーゼ I は，DNA 鎖の切断と再結合に ATP を必要としない。それは，ホスホジエステル結合のエネルギーが，酵素活性部位のホスホセリン結合に一時的に蓄えられるからである。

問２　DNA の損傷と修復に関する問いに答えよ。

(1)　DNA の塩基と糖をつなぐ結合の名称を答えよ。

(2)　DNA の塩基と糖をつなぐ結合の加水分解で生じる DNA 損傷の名称を答えよ。

(3)　(2)で生じた損傷は，塩基除去修復の一部の経路を使い修復される。その概要を以下の用語をすべて用いて説明せよ。用語は何回用いてもよい。用いた用語にはアンダーラインをつけること。

ホスホジエステル結合，ホスホジエステラーゼ，DNA リガーゼ，
DNA ポリメラーゼ，AP エンドヌクレアーゼ，ギャップ

問題［８］

原核生物の mRNA の翻訳に関する問１～問４に答えよ。

問１　原核生物のリボソームのＡ部位とＰ部位にはそれぞれどのような tRNA 分子が入るか，その tRNA の名称と構造を簡潔に説明せよ。

問２　翻訳伸長因子 EF-Tu の役割について７行程度で説明せよ。

問３　原核生物の遺伝子発現では，複数のタンパク質コード領域が一つの mRNA に写し取られるポリシストロニックな転写がみられる。このような mRNA から複数のタンパク質が合成される分子機構を説明せよ。

問４　原核生物において，翻訳抑制因子が mRNA の翻訳を抑制する機構について簡潔に説明せよ。

問題［9］

問１～問４に答えよ。

問１　以下の用語を簡潔に説明せよ。

(1) オーソログ（オルソログ）
(2) 選択的スプライシング
(3) エピボリー
(4) Wnt シグナル伝達経路

問２　モノクローナル抗体の作製方法について５行程度で説明せよ。

問３　ショウジョウバエの原腸形成運動に見られる胚の再編成を，以下の用語をすべて用いて説明せよ。用語は何回用いてもよい。用いた用語にはアンダーラインをつけること。

腹溝，中胚葉，外胚葉，収束的伸長，神経芽細胞，胚帯伸長，前腸，中腸，後腸

問４　ウニ胚から単離された遺伝子 X の初期発生における発現と機能を明らかにしたい。遺伝子 X の発現解析法と機能解析法をそれぞれ一つあげ，これらの解析法の原理について説明せよ。ただし，遺伝子 X の cDNA およびゲノム DNA の塩基配列は既に明らかにされているものとする。

問題［10］

ゲル電気泳動によるタンパク質の解析に関する以下の文を読み，問１～問４に答えよ。

分子質量 300 kDa のホモ二量体タンパク質Xは，生成当初はデヒドロゲナーゼとして機能するが，その後，プロセシングを受けてオキシダーゼに変換する。この機能変換に伴うタンパク質Xの構造変化を調べる目的で，デヒドロゲナーゼとオキシダーゼの精製標品について，ドデシル硫酸ナトリウム-ポリアクリルアミドゲル電気泳動（SDS-PAGE）をおこなった。このとき，(A)同一標品について二つの検体を用意し，一方は SDS と ß-メルカプトエタノール（ß-ME）を含むバッファー中で煮沸してから泳動したが（ß-ME 処理あり），他方は ß-ME を含まないバッファーに混合してそのまま泳動した（ß-ME 処理なし）。図１に SDS-PAGE の結果を示す。

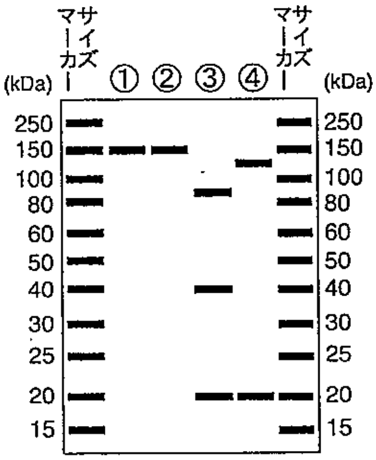


図１

①：デヒドロゲナーゼ標品（ß-ME 処理あり）
②：デヒドロゲナーゼ標品（ß-ME 処理なし）
③：オキシダーゼ標品（ß-ME 処理あり）
④：オキシダーゼ標品（ß-ME 処理なし）

図１ではゲル電気泳動パターンを明確に示すため，検出されたすべてのバンドを同じ強度で描いてある。

問１　タンパク質の SDS-PAGE における SDS の役割を説明せよ。

問２　下線部（A）について，このような二つの検体を SDS-PAGE で比較することによって，一般にタンパク質の構造に関してどのような情報を得ることができるか説明せよ。

問３　デヒドロゲナーゼからオキシダーゼへの変換過程で，タンパク質Xにはどのような構造変化が生じたと考えられるか。図１に示された SDS-PAGE の結果をもとに，具体的に説明せよ。

問４　タンパク質の解析において，SDS-PAGE は他の実験手法と組み合わされて，さまざまな用途に利用されている。そのような生命科学の実験技術を二つあげ，それぞれについておもな用途と実験の概略を説明せよ。

問題［11］

高等植物の光合成に関する問１～問３に答えよ。

問１　700 nm の光と 650 nm の光を同時に照射した場合の光合成速度（$V_{700+650}$）は，それぞれの光を単独で照射した場合の光合成速度の和（$V_{700}+V_{650}$）よりも大きくなる。この理由を簡潔に説明せよ。

問２　連続光照射よりもパルス光照射（200 μs 光照射と 200 μs 光照射なしの繰り返し）の方が単位光量当たりの光合成効率が上昇する。その理由を簡潔に説明せよ。

問３　食用として生産されているアイスプラント（*Mesembryanthemum crystallinum*）は通常の生育条件下ではＣ３光合成をおこなうが，乾燥ストレスや塩ストレスの条件の下ではＣAM型光合成へ移行する。

(1) ＣAM型光合成について簡潔に説明せよ。
(2) 乾燥ストレスや塩ストレス条件下でアイスプラントがＣAM型光合成をおこなう利点を簡潔に述べよ。
(3) ある条件下で生育しているアイスプラントが，Ｃ３光合成とＣAM型光合成のどちらをおこなっているかを判別する方法を簡潔に述べよ。

問題 [12]

$\boldsymbol{R}^3$ 上の直交変換 S を，次のように基底の移り先を指定することで定義する。

$$S\ :\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}\mapsto\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}$$
$$S\ :\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}\mapsto\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}$$
$$S\ :\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}\mapsto\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}$$

以下の問いに答えよ。

問 1 S は一次変換として，3×3 行列で表すことができる（その表現行列も同一の記号 S で表すことにする)。行列 S を求めよ。

問 2 行列 S の実固有値と，それに対応する固有ベクトルを求めよ。

問 3 S は原点を通るある直線の周りの回転となるが，その直線の方向ベクトルと回転角 θ $(0\leq\theta<2\pi)$ を求めよ。

問 4 直交行列 B が

$$B^2=S,\quad \mathrm{det}B=1$$

を満たすとする。このような B をすべて求めよ。

問題 [13]

xy 平面において，y 軸上の点 $(0,\eta)$ を中心とし，半径が r の円を考える。以下の問いに答えよ。

問 1　この円の下半分（$y \leq \eta$ の部分）の方程式を $y = f(x)$ の形で表せ。

問 2　問 1 で求めた $f(x)$ を $x = 0$ のまわりで 2 次の項までテイラー展開せよ。

問 3　この円が $x = 0$ の近傍で放物線 $y = x^2 - 1$ を最も良く近似するように η と r を定めよ。

問 4　問 3 で定めた円と放物線 $y = x^2 - 1$ と x 軸で囲まれた図形を y 軸周りに回転させてできる回転体の体積を求めよ。

問題 [14]

実数値関数 $F(\theta) = 1 - 2a\cos\theta + a^2 \quad (0 < a < 1)$ について，以下の問いに答えよ。

問 1　$F(\theta)$ を変換 $z = e^{i\theta}$ によって複素関数 $f(z)$ に変換せよ。

問 2　複素平面で原点を中心とする単位円を C とする。方程式 $zf(z) = 0$ の解を z_1, z_2 とし，C の内部にあるものを z_1, 外部にあるものを z_2 とする。z_1, z_2 を求めよ。

問 3　関数 $\dfrac{1}{zf(z)}$ の $z = z_1$ における留数を求めよ。

問 4　問 1 ～問 3 の結果をふまえて，積分

$$I = \int_0^{2\pi} \frac{1}{1 - 2a\cos\theta + a^2} d\theta \qquad (0 < a < 1)$$

を計算せよ。

問題 [15]

試験管内で次のような分子Aと分子Bの化学反応が起こっている。

(i) A と B が衝突すると，A は B に変化する。

(ii) 2つの B が衝突すると，どちらか一つの B が A に変化する。

ここで分子 A, B の出入りは無く，総量は保存しているとする。また，試験管内はよく撹拌されており，空間的な不均一性は考えなくてよいとする。

以下の問いに答えよ。

問1 試験管内の分子 A, B の濃度をそれぞれ a, b とする。反応 (i) による B の増加率が kab, 反応 (ii) による A の増加率が kb^2 と得られたとする（ただし k は正の定数）。(i) による B の増加率および (ii) による A の増加率がそれぞれ ab, b^2 に比例する理由を述べよ。

問2 a, b の時間変化を表す微分方程式を，a, b, k を用いて表せ。

問3 $a+b$ は時間によらない定数となることを示せ。

問4 問2の方程式を $a(0)=0$, $b(0)=b_0$ の下で解き，$b(t)$ を求めよ。

問題 [16]

競争する2種の生物個体群の数密度 u, v が以下の方程式に従っているとする。

$$\frac{du}{dt} = u(1-u-\alpha v)$$
$$\frac{dv}{dt} = v(1-v-\alpha u)$$

(ただし α は $\alpha \neq 1$ を満たす正定数)

以下の問いに答えよ。

問1 すべての平衡点を求めよ。

問2 問1で求めた平衡点のうち，α の値によって安定性が変化しないものはどれか。

問3 2種の個体群が共存しうるための条件を求め，その生態学的な意味を考察せよ。

問題 [17]

次のＣ言語で書かれたプログラムは，入力された自然数がある条件を満たす数 “S-number” かどうかを判定する。このプログラムについて，以下の問いに答えよ。

```
#include <stdio.h>

int main(void)
{
  int i, n, counter, input_number, isSq;

  /* 自然数を入力する */
  printf( "Input a positive integer: " );
  scanf( "%d", &input_number );
  printf( "\n" );

  /* ある条件に合致するかを調べる */
  isSq      = 0;
  counter   = 0;
  n         = input_number;
  for( i = 2 ; i < input_number ; i++ ){

    /* n % i は n を i で割った余りを表す */
    if( n % i == 0 ){
      n = n/i;
      counter++;

      if( n % i == 0 ){
         /* n が i で2回割り切れる場合は isSq=1 */
         isSq = 1;
         break;
      }
      if( n == 1 ){ break; }
    }
  }

  /* 出力 */
  if( counter == 3 && isSq == 0 ){
    printf( "%d is a S-number\n", input_number);
  }
}
```

問１ 次の自然数のうち，S-number であるものをすべて答えよ。
10, 20, 30, 50, 70, 110, 210

問２ S-number が満たす条件を簡潔に答えよ。

問３ 2012, 2013, 2014, 2015, 2016 のうち，S-number であるものをすべて答えよ。

問題 [18]

一様な静電場と静磁場がかかった空間内を運動する荷電粒子を考える。ただし，時刻 t における荷電粒子の位置を $(x(t), y(t), z(t))$，質量を m，電荷を $e\,(>0)$ とし，電場 $\boldsymbol{E}$ と磁場 $\boldsymbol{B}$ がそれぞれ $\boldsymbol{E} = (0, E, 0)$，$\boldsymbol{B} = (0, 0, B)$ $(E, B \geq 0)$ で与えられているとする。以下の問いに答えよ。

問 1 荷電粒子が従う運動方程式を求めよ。

問 2 $E = 0$ のとき，磁場は荷電粒子に対し仕事をしないことを示せ。

問 3 $t = 0$ で荷電粒子は原点で静止しているとする。$(x(t), y(t), z(t))$ を求め，荷電粒子の運動を図などを用いて説明せよ。

問題 [19]

以下の問いに答えよ。

問 1 一次元量子力学系での運動量演算子 $\hat{p}_x = \dfrac{\hbar}{i}\dfrac{\partial}{\partial x}$ は，エルミート演算子であることを示せ。ただし，演算子が作用する関数 $f(x)$ は，境界条件 $f(-\infty) = f(\infty) = 0$ を満たすものとする。

問 2 一次元シュレディンガー方程式の異なる固有状態は，異なる固有値をもつことを示せ。ただし，固有関数 $f(x)$ は，境界条件 $f(-\infty) = f(\infty) = 0$ および $\dfrac{df}{dx}(-\infty) = \dfrac{df}{dx}(\infty) = 0$ を満たすものとする。

問 3 二つの異なるエルミート演算子 $\hat{A}, \hat{B}$ が可換な場合，$\hat{A}$ と $\hat{B}$ は共通の固有関数をもつことを示せ。ただし，$\hat{A}, \hat{B}$ について，ともに固有値の縮退はないものとする。

問題 [20]

質量mのN個の粒子が，一辺Lの立方体の箱の中に入っており，温度Tの熱平衡状態にある。個々の粒子は，自由粒子のシュレディンガー方程式に従うものとする。hはプランク定数，kはボルツマン定数として，以下の問いに答えよ。

問1 個々の粒子の固有状態と固有エネルギーを求めよ。

問2 $N=1$として，エネルギー固有値が0からEの間となる固有状態の総数を求めよ。ただし $\dfrac{h}{\sqrt{mE}} \ll L$ とする。

問3 エネルギー固有値が0からEの間となるN粒子系の固有状態の総数を求めよ。ただし，$3N$次元単位球の体積を C_{3N} とせよ。

問4 問3の結果を利用して，N粒子系のエントロピーを求めよ。ただし，Nは十分大きいものとして，近似 $\log N! \sim N\log N - N$ を使ってよい。

問5 問4の結果を利用して，理想気体の状態方程式を導け。