

平成29年度 広島大学大学院理学研究科入学試験問題

数理分子生命理学専攻

専門科目

平成28年8月25日 13:30~16:30

注 意 事 項

- (1) 以下の用紙が配布されている。
問題用紙（表紙を含む） 21枚
解答用紙（表紙を含む） 5枚
下書き用紙 1枚
- (2) 問題は数学一般，物理学，化学，生物学分野から合計20題ある。これらの中から4題を選択し，解答せよ。
- (3) 解答用紙の表紙に受験番号と選択した問題の番号を記入せよ。
- (4) 解答は問題ごとに別々の解答用紙を用い，それぞれの解答用紙に選択した問題番号と受験番号を記入し解答せよ。紙面が不足した場合は裏面を使用してよい。
- (5) 解答用紙および下書き用紙の全てに受験番号を記入せよ。
- (6) 試験終了時には，全ての解答用紙および下書き用紙を提出すること。

問題 [1]

酵素反応に関する問1～問8に答えよ。

酵素反応は、酵素 E と基質 S による酵素-基質複合体 ES の形成をへて、生成物 P を作り出す以下の反応式 (1) で表される。ここで、 k_1, k_2, k_3 を反応速度定数とする。

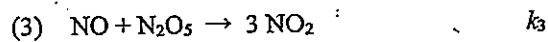
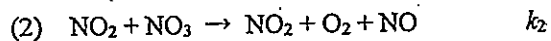
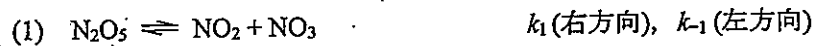


- 問1 $[E]_{\text{total}}$ を酵素の全濃度、 $[S]$ を基質の濃度、 $[ES]$ を酵素-基質複合体の濃度とする。 $[ES]$ の生成速度 $d[ES]/dt$ を記せ。
- 問2 いま、酵素反応が定常状態にあり $[ES]$ が一定の濃度を維持しているとする。 $K_m = ([E]_{\text{total}} - [ES])[S]/[ES]$ と定義する。この K_m を、 k_1, k_2, k_3 を用いて表せ。なお、 K_m を Michaelis-Menten 定数とよぶ。
- 問3 K_m を使って、定常状態における $[ES]$ を求めよ。
- 問4 ES から P が作られる速度 v を、 K_m を使って表せ。
- 問5 反応溶液中の基質濃度が酵素に対して大過剰にある場合には、 $[ES] = [E]_{\text{total}}$ の状態が実現される。このときの酵素反応速度は、最大酵素反応速度 V_{max} と定義される。 $V_{\text{max}}, K_m, [S]$ を用いて、酵素反応速度 v を書き表せ。
- 問6 問5で導いた酵素反応速度 v を用いて、 $1/v$ と $1/[S]$ の関係を表す式を導け。
- 問7 酵素反応速度式 (1) が成り立つ場合の、 $1/v$ と $1/[S]$ の関係をグラフに表せ。なお、軸との切片の値をグラフ中に明記せよ。
- 問8 酵素反応が阻害剤 I で阻害されるとする。 $E + I \rightleftharpoons EI$ の関係があり、阻害剤 I と酵素 E の解離定数を K_I とする。このとき Michaelis-Menten 定数は $K_m(1 + [I]/K_I)$ と表される。酵素阻害剤 I が存在する場合の $1/v$ と $1/[S]$ の関係を、問7の阻害剤が無い場合のグラフの上に重ね書きせよ。グラフ上には阻害剤の有無を明記して、それぞれがどの状態のグラフかが分かるようにせよ。また、問7同様に、軸との切片の値をグラフ中に明記すること。

問題 [2]

以下の文を読み、問1～問3に答えよ。

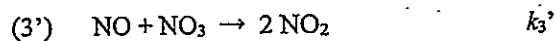
N_2O_5 の分解反応 $2\text{N}_2\text{O}_5(\text{g}) \rightarrow 4\text{NO}_2(\text{g}) + \text{O}_2(\text{g})$ に関して、以下の反応機構が提案されている。なお、各素反応の反応速度定数を反応式の右側に示す。



問1 上記の素反応(1)～(3)にもとづき、 $\frac{d[\text{N}_2\text{O}_5]}{dt}$ 、 $\frac{d[\text{NO}]}{dt}$ 、 $\frac{d[\text{NO}_3]}{dt}$ を各物質の濃度と k_1 、 k_{-1} 、 k_2 、 k_3 を用いて表せ。

問2 N_2O_5 の分解反応について、中間体濃度を含まない全反応の反応速度式を導け。

問3 N_2O_5 の分解反応について、素反応(3)が以下の素反応(3')と置き換わる機構も提案されている。



この場合の全反応の反応次数は問2の結果と比べて変わるか否か。問2と同様に、全反応の反応速度式を導いて比較することにより論ぜよ。

問題 [3]

以下の問1～問4に答えよ。

- 問1 不斉炭素が存在しないのに光学活性な化合物と、不斉炭素が存在するのに光学活性でない化合物の構造式をそれぞれ一つずつ記せ。
- 問2 D体のアルドペントース(A)を硝酸酸化すると光学不活性なジカルボン酸(アルダル酸)が得られた。このアルドペントース(A)はキリアニー合成で2つのアルドヘキソース(BとC)を与えた。これら2つのアルドヘキソース(BとC)を硝酸で酸化すると生成するジカルボン酸(アルダル酸)はいずれも光学活性であった。A, B, Cの構造式をFischer投影式で書け。(BとCについては順序不同)
- 問3 (a)酸性条件と(b)塩基性条件において、酢酸エチルの加水分解過程の電子の動きを矢印で示して説明せよ。
- 問4 塩基性の側鎖を持つアミノ酸を3つ挙げ、側鎖の塩基性の強い順に構造式で記せ。また、そのように並べた理由を有機化学的に説明せよ。

問題 [4]

反応(1)について、問1～問5に答えよ。必要なら表1のデータを用いよ。

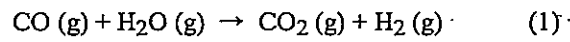


表1 標準環境温度、標準状態における各データ

substance	$C_{p,m} / \text{J mol}^{-1} \text{K}^{-1}$	$\Delta_f H / \text{kJ mol}^{-1}$	$S_m / \text{J mol}^{-1} \text{K}^{-1}$
CO (g)	29.0	-111	198
H ₂ O (g)	34.0	-242	189
CO ₂ (g)	37.0	-394	214
H ₂ (g)	29.0	0.00	131

ただし、 $C_{p,m}$ は、標準環境温度から 600 K の間で一定とする。

- 問1 標準環境温度、標準状態における CO (g), H₂O (g), CO₂ (g) の各化合物の生成反応の化学反応式を生成エンタルピーの数値とともに記せ。
- 問2 標準環境温度、標準状態における Born-Haber のサイクルを描き、その図から反応エンタルピー ($\Delta_r H$) を求めよ。算出過程も記せ。
- 問3 598.15 K, 標準状態における $\Delta_r H$ を求めよ。算出過程も記せ。
- 問4 標準環境温度、標準状態における反応エントロピー ($\Delta_r S$) を求めよ。算出過程も記せ。
- 問5 標準環境温度、標準状態において、反応(1)は自発反応か否か、理由とともに答えよ。

問題 [5]

光化学に関する問1～問3に答えよ。

問1 電子スピンについて、(1)～(3)に答えよ。

- (1) 一重項状態と三重項状態のスピンの向きの組み合わせとスピン量子数を記せ。
- (2) 吸収スペクトルの強度と電子遷移（禁制，許容）の関係について説明せよ。
- (3) スピン軌道相互作用とは何か，原子核と電子の図を用いて説明せよ。

問2 赤外分光法と分子の振動の関係について、(1)と(2)に答えよ。

- (1) 赤外活性と赤外不活性な振動について，CO₂を例にして説明せよ。
- (2) ある分子内のC=Oが別の分子と水素結合した場合，C=Oの伸縮振動の波数はどのように変化するか理由とともに説明せよ。

問3 吸光度計を用いてメチルオレンジのpK_aを求めたい。強酸性下と強塩基性下のメチルオレンジをそれぞれHAとA⁻とすると，水溶液中でHA ⇌ H⁺ + A⁻の平衡が保たれる。以下の(1)～(4)に答えよ。

- (1) pK_aをpH，[HA]，及び[A⁻]で記せ。なお，[HA]と[A⁻]はHAとA⁻の濃度を示す。
- (2) 図1(a)は，pH = 1.0と6.5における吸収スペクトルである。解答用紙に図1(a)を描き写し，その中にpH = 4において予想される吸収スペクトルを示せ。
- (3) HAとA⁻の最も吸光度差の大きい波長λ (= 530 nm)における，吸光度（縦軸）とpH（横軸：pHの範囲は0から8）のグラフの概要を示せ。なおメチルオレンジは，pH 1.0以下ですべてHAに，pH 6.5以上ですべてA⁻になるとし，グラフは図1(b)を解答欄に描き写して作成すること。
- (4) あるpHにおける吸光度(λ = 530 nm)をE，メチルオレンジがすべてHAになる場合の吸光度をE_{HA}，すべてA⁻になる場合の吸光度をE_{A⁻}とすると，

$$[HA]/[A^-] = (E - E_{A^-}) / (E_{HA} - E)$$

となる。この式に基づいて，pK_aを求める方法を説明せよ。

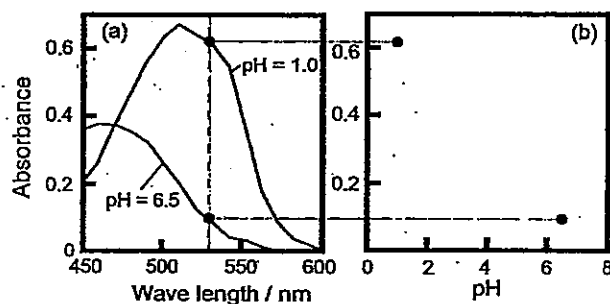


図1.

問題 [6]

細胞呼吸に関する文を読み、問1～問7に答えよ。

細胞呼吸は3つの代謝過程に分けられる。最初の過程である解糖では、グルコース分子が分解されて2分子の[1]が生成する。[1]は[2]に入り、そこでアセチル CoA に変換されたのち、第二の代謝過程である[3]によって[4]にまで酸化される。[5]とこれによく似たジヌクレオチドである FADH_2 がグルコースに由来する電子を、[2] 内膜に組み込まれた電子伝達系にわたす。細胞呼吸の最後の過程である[6]では、[7]が電子伝達と共役し ATP を合成する。

問1 文中の[1]～[7]にあてはまる適当な用語を答えよ。

問2 CoA とは何か。簡潔に説明せよ。

問3 アセチル CoA の[3]における反応を説明せよ。

問4 細胞呼吸では、1分子の[1]から[4]が何分子生成するか。

問5 細胞呼吸において、[6]以外の反応で ATP を合成する反応を何とよぶか。

問6 細胞呼吸を構成する3つの代謝過程の中で、ATP 生成量が最も多いのはどの過程か。

問7 細胞呼吸を構成する3つの代謝過程の中で、酸素がないと停止する過程をすべて答えよ。また、その理由を説明せよ。

問題 [7]

大腸菌の DNA 複製に関する文を読み、問1～問7に答えよ。

大腸菌は環状ゲノムをもち、とよばれる複製起点が一つ存在する。DNA 複製開始では、複製開始タンパク質であるがに結合し、この領域を部分的に一本鎖に巻き戻す。この部位に、DNA ヘリカーゼであるとヘリカーゼ装着タンパク質であるが複合体としてリクルートされる。が一本鎖 DNA にロードされるとがはずれ、活性化されたが一本鎖を広げる。次に、プライマーゼであるがリクルートされ DNA 合成のきっかけとなるを合成する。がを伸長し、鎖の合成が始まる。

問1 文中の～にあてはまる適当な用語を答えよ。

問2 DNA 複製が行われている Y 字型構造部分を何とよぶか。

問3 岡崎フラグメントについて簡潔に説明せよ。

問4 DNA 合成中に、が鋳型と相補的ではない誤ったヌクレオチドを取り込んだ場合、どのようにこれを修正するか簡潔に説明せよ。

問5 DNA 複製では二重らせんが巻き戻され、DNA に構造的なひずみが生じる。このひずみにより生じる構造を何とよぶか。

問6 問5のひずみにより生じる構造を解消しないと、DNA 合成が止まる。どのようなしくみでこの構造を解消するか説明せよ。

問7 真核生物ではに対応する酵素が2種類ある。2種類の名称と DNA 複製におけるそれぞれの役割を述べよ。

問題 [8]

分子生物学および発生生物学に関する以下の用語 (1)～(10) について、それぞれ 50～100 字で説明せよ。

- (1) カドヘリン
- (2) Notch シグナル伝達経路
- (3) モルフォゲン
- (4) ギャップ結合
- (5) ES 細胞
- (6) オーガナイザー
- (7) リプログラミング
- (8) RNA 干渉
- (9) リアルタイム PCR
- (10) *in situ* ハイブリダイゼーション

問題 [9]

RNA スプライシングに関する問1～問5に答えよ。

- 問1 スプライソソームにより除去されるイントロンについて、そのコンセンサス配列の特徴を説明せよ。
- 問2 RNA スプライシングに関与する核内低分子RNA (snRNA)のうち、RNA ポリメラーゼIIIにより転写されるものを答えよ。
- 問3 選択的スプライシングとはどのような機構か、簡潔に説明せよ。また、選択的スプライシングの生物学的意義を説明せよ。
- 問4 自己スプライシングを行うイントロンのうち、グループIIのイントロンがスプライソソームによるスプライシング機構の起源であるという説がある。この説の根拠となる、グループIIの自己スプライシングイントロンの特徴を説明せよ。
- 問5 一般に、目的の遺伝子の mRNA 前駆体を逆転写 PCR により特異的に検出するには、どのような実験を行う必要があるか。細胞を用いた実験の流れと注意すべき点を具体的に説明せよ。

問題 [10]

植物の形態形成とマイクロ RNA に関する文を読み、問 1～問 4 に答えよ。

サクラの葉のように、縁にギザギザの切れ込みがある葉の形状を鋸歯^{まがし}とよぶ。(A)鋸歯をもつ意義は必ずしも明確ではないが、その形成機構は多様な植物形態の成り立ちを考えるうえで興味深い。モデル植物シロイヌナズナから、鋸歯が強調された突然変異株が単離されたが、その原因はあるマイクロ RNA (miRNA) の欠損であった。一方、この miRNA を過剰に発現する形質転換株では、鋸歯の形成が抑制された。(B)シロイヌナズナのゲノムは約 2 万 6 千個の遺伝子により構成されているが、その発現遺伝子を対象に、この miRNA の標的となる遺伝子候補が探索された。その結果、5 つの有効な候補が見出され、(C)そのなかの一つが実際にこの miRNA の標的であることが証明された。これは、植物の形態形成に miRNA が関わることを示す一例である。

- 問 1 下線部 (A) について、鋸歯をもつことで葉の機能や植物の生存に有利な点があるとするれば、どのようなことが考えられるか。例を二つあげ、それぞれについて説明せよ。
- 問 2 miRNA の構造と機能、生物界における分布について説明せよ。
- 問 3 下線部 (B) のように、モデル生物において任意の miRNA の標的となる遺伝子候補を迅速に絞り込む手順を具体的に説明せよ。
- 問 4 下線部 (C) のような証明を行うための実験を考案し、具体的に説明せよ。

問題 [11]

光合成に関する問1～問5に答えよ。

- 問1 高等植物の光合成において、1分子の水の分解で生じた電子すべてが NADP^+ へ伝達された場合、ルーメン側とストロマ側では何個の H^+ 差が生じるか答えよ。また、その理由を説明せよ。
- 問2 C_3 植物における光呼吸について説明せよ。
- 問3 C_4 植物では光呼吸はほとんど生じないといわれている。その理由を説明せよ。
- 問4 カルビン回路の酵素には光照射で活性化されるものがある。そのメカニズムを説明せよ。
- 問5 低温ストレスにさらされた植物では、光合成の光阻害が生じる。そのメカニズムを説明せよ。

問題 [12]

\mathbb{R}^3 内に三つのベクトル, $v_1 = (0, 1, 1), v_2 = (1, 0, 1), v_3 = (1, a, 0)$ がある。以下の問いに答えよ。

問1 v_1, v_2, v_3 が一次独立であるための必要十分条件を求めよ。

問2 v_1 と平行な単位ベクトルを u_1 とする。 v_1 と v_2 を含む平面内において, u_1 に直交する単位ベクトル u_2 を構成せよ。ただし, $v_1 \cdot u_1 > 0, v_2 \cdot u_2 > 0$ となるようにせよ。

問3 $a = 1$ とする。問2の u_1, u_2 のいずれにも直交する単位ベクトル u_3 を求めよ。ただし, $v_3 \cdot u_3 > 0$ となるようにせよ。

\mathbb{R}^N 内に一次独立なベクトル, w_1, w_2, \dots, w_N がある。以下の問いに答えよ。

問4 w_1, w_2, \dots, w_N から, \mathbb{R}^N 内の正規直交基底を構成する手法を述べよ。

問題 [13]

x - y 平面 \mathbb{R}^2 上で定義された関数

$$f(x, y) = x^2 - y^2, \quad g(x, y) = 2xy,$$

について以下の問いに答えよ。

問1 関数 f, g は調和関数であることを示せ。

問2 任意の $(x_0, y_0) \in \mathbb{R}^2$ について、その点を中心とする半径 $r > 0$ の円を $S_r(x_0, y_0)$ で表す。関数 f, g の $S_r(x_0, y_0)$ 上の線積分とそれらの (x_0, y_0) での値について、

$$\frac{1}{2\pi r} \int_{S_r(x_0, y_0)} f(x, y) ds = f(x_0, y_0), \quad \frac{1}{2\pi r} \int_{S_r(x_0, y_0)} g(x, y) ds = g(x_0, y_0)$$

が成り立つことを示せ。ただし、 ds は $S_r(x_0, y_0)$ 上の線素である。

問3 x - y 平面から w - z 平面への写像 F を

$$F: \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} w \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f(x, y) \\ g(x, y) \end{pmatrix}$$

で定義し、 x - y 平面の第3象限を $R_3 = \{(x, y) \mid x < 0, y < 0\}$ とする。 F による R_3 の像 $F(R_3)$ を求めよ。さらに、 F を R_3 に制限した写像を F_3 とする。 $F_3: R_3 \rightarrow F(R_3)$ は単射であることを示せ。

問4 写像 $F_3: R_3 \rightarrow F(R_3)$ の逆写像

$$F_3^{-1}: F(R_3) \ni \begin{pmatrix} w \\ z \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} X(w, z) \\ Y(w, z) \end{pmatrix} \in R_3$$

を求めよ。すなわち、 $X(w, z)$ と $Y(w, z)$ を (w, z) の関数として求めよ。

問題 [14]

以下の問いに答えよ。

問1 $f(x, y) = x^3y + xy^3 - xy$ の極大値と極小値をすべて求めよ。

問2 制約 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ のもとで $f(x, y, z) = x + y + z$ の最大値と最小値を求めよ。

問3 $\int \int_{x^2+y^2 \leq 1} \sqrt{1-x^2-y^2} dx dy$ を求めよ。

問題 [15]

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -(a+1)x + y \\ \frac{dy}{dt} = x - \frac{1}{3}x^3 - y \end{cases}$$

について以下の問いに答えよ。ただし a は実数とする。

問1 この連立常微分方程式の平衡点(右辺がすべて0になる点)をすべて求め、平衡点の個数が変わる a の値を答えよ。

問2 この連立常微分方程式における原点の安定性を調べよ。

問3 x_e を平衡点の x 座標とする。点 (a, x_e) の集合を図示せよ。なお、安定平衡点を表す曲線は実線で、不安定平衡点を表す曲線は破線でえがくこと。

問題 [16]

細胞が自律的に発生するリズムは、幾つかの遺伝子の ON-OFF が周期的に起こる事で生じる。ここではその遺伝子の動態に対するモデルを考察する。以下の問いに答えよ。

問1 時刻 t における3つの遺伝子 A, B, C の状態を $x_a(t), x_b(t), x_c(t)$ とし、それぞれ 0 (OFF) もしくは 1 (ON) のみをとるとする。ここで時刻は離散的な値をとるとし、 $x_a(t), x_b(t), x_c(t)$ の時間発展は次の式に従うとする。

$$x_a(t+1) = F(x_b(t)), \quad x_b(t+1) = F(x_c(t)), \quad x_c(t+1) = F(x_a(t))$$

ただし、 $F(0) = 1, F(1) = 0$ とする。

$0 < x_a(0) + x_b(0) + x_c(0) < 3$ の時、 $x_a(t), x_b(t), x_c(t)$ の時間変化について説明せよ。

問2 時刻 t における4つの遺伝子 A, B, C, D の状態を $x_a(t), x_b(t), x_c(t), x_d(t)$ とし、それぞれ 0 (OFF) もしくは 1 (ON) のみをとるとする。ここで時刻は離散的な値をとるとし、 $x_a(t), x_b(t), x_c(t), x_d(t)$ の時間発展は次の式に従うとする。

$$x_a(t+1) = F(x_b(t)), \quad x_b(t+1) = F(x_c(t)), \quad x_c(t+1) = F(x_d(t)), \quad x_d(t+1) = F(x_a(t))$$

ただし、 $F(0) = 1, F(1) = 0$ とする。

$0 < x_a(0) + x_b(0) + x_c(0) + x_d(0) < 4$ の時、 $x_a(t), x_b(t), x_c(t), x_d(t)$ の時間変化について説明せよ。

問3 上記の問1, 問2 で考察したそれぞれの系を、細胞リズムという観点から比較して論ぜよ。

問題 [17]

次のプログラムを読んで、以下の問いに答えよ。

```
int main(void)
{
    double a = 2.0, epsilon = 1.e-6;
    double mid, small = 0.0, large = 10.0;

    while (large - small > epsilon)
    {
        mid = (small + large) / 2;
        if (mid * mid < a)
        {
            small = mid;
        }
        else
        {
            large = mid;
        }
    }
    printf("The answer = %8.4f\n", mid);    /* mid の出力 */
}
```

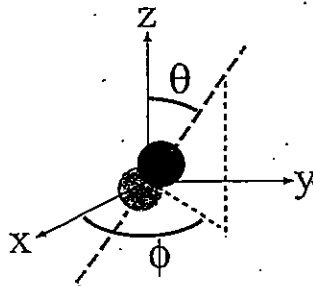
問1 このプログラムを実行したときの、変数 `mid` の値の変化の過程を最初の 5.0 を含めて 5 つ書け。

問2 このプログラムを実行したとき、代入文 `mid = (small + large) / 2;` は何回実行されるか。ただし、プログラム中の `1.e-6` とは 10^{-6} のことであり、また $\log_{10} 2 = 0.301$ とする。

問3 このプログラムを実行したとき、出力される値を書け。ただし、このプログラムの出力文では、小数点以下 4 桁までの近似値を出力するように指定している（5 桁目を四捨五入）。

問題 [18]

図のように異なる原子からなる2原子分子が、温度 T の熱浴に接している。ここで、各原子の自転と原子間距離の振動は無視し、分子を剛体とみなす。慣性モーメントを I として、図で示したように分子の偏角を θ 、方位角を ϕ とする。以下の問いに答えよ。ただし、解答に必要な変数は適宜定義し使用する事。



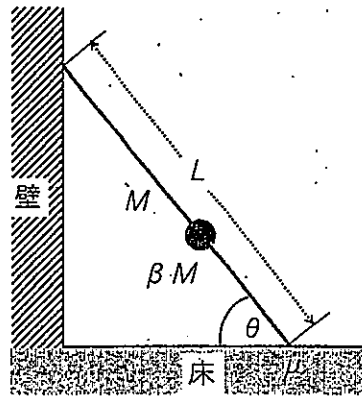
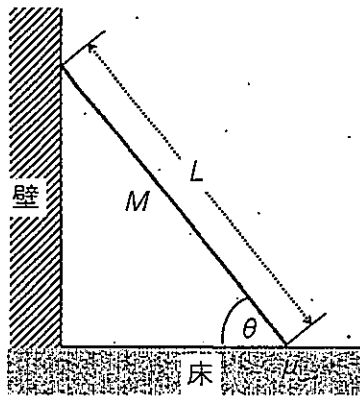
- 問1 1分子あたりの回転運動のラグランジアンとハミルトニアンを書け(導出は不要)。
- 問2 1分子あたり量子力学的な回転運動のエネルギーを書け(導出は不要)。
- 問3 T が十分大きい場合の1分子あたりの回転運動の分配関数と熱容量を求めよ。
- 問4 T が非常に小さい場合の1分子あたりの回転運動の分配関数と熱容量を求めよ。

問題 [19]

図のように、水平な床から鉛直でなめらかな壁に長さ L 、質量 M の梯子（はしご）をたてかける。床と梯子のなす角を θ とし、床と梯子の間の静止摩擦係数を μ とする。ただし、梯子の質量分布は一律とする。以下の問いに答えよ。

問1 梯子が左図の状態です静止するための条件を求めよ。

問2 質量 βM の人が梯子を登るとして、どの高さに達するまで梯子は静止しているか。ただし、人は梯子上の点とみなし（右図参照）、人が梯子におよぼす力は鉛直下向きとする。



問題 [20]

以下の量子力学に関する問いに答えよ。

問1 エルミート演算子の定義を述べ、エルミート演算子の固有値は実数であることを示せ。

問2 二つの異なるエルミート演算子 \hat{A} , \hat{B} が互いに交換する場合、すなわち $\hat{A}\hat{B} - \hat{B}\hat{A} = 0$ のとき、 \hat{A} と \hat{B} は共通の固有関数を持つことを示せ。ただし、固有値に関して縮退はないものとする。

問3 二つの異なるエルミート演算子 \hat{A} , \hat{B} , および演算子 \hat{C} について、

$$\hat{A}\hat{B} - \hat{B}\hat{A} = i\hat{C}$$

が成り立つとする。上式の両辺がエルミート性を持つことを示した上で、 \hat{A} に対応する物理量と \hat{B} に対応する物理量の観測精度の積は、

$$\langle(\Delta\hat{A})^2\rangle\langle(\Delta\hat{B})^2\rangle \geq \frac{1}{4}\langle\hat{C}\rangle^2$$

で表わされる不確定性をもつことを示せ。ここで、上記の記号、 $\langle \rangle$ および Δ に関して、 $\langle \hat{F} \rangle$ は、エルミート演算子 \hat{F} で表される物理量の期待値、 $\Delta\hat{F} \equiv \hat{F} - \langle \hat{F} \rangle$ とする。また、関係、

$$|\langle\Delta A\Delta B\rangle| \leq \sqrt{\langle(\Delta A)^2\rangle}\sqrt{\langle(\Delta B)^2\rangle}$$

を使ってよい。